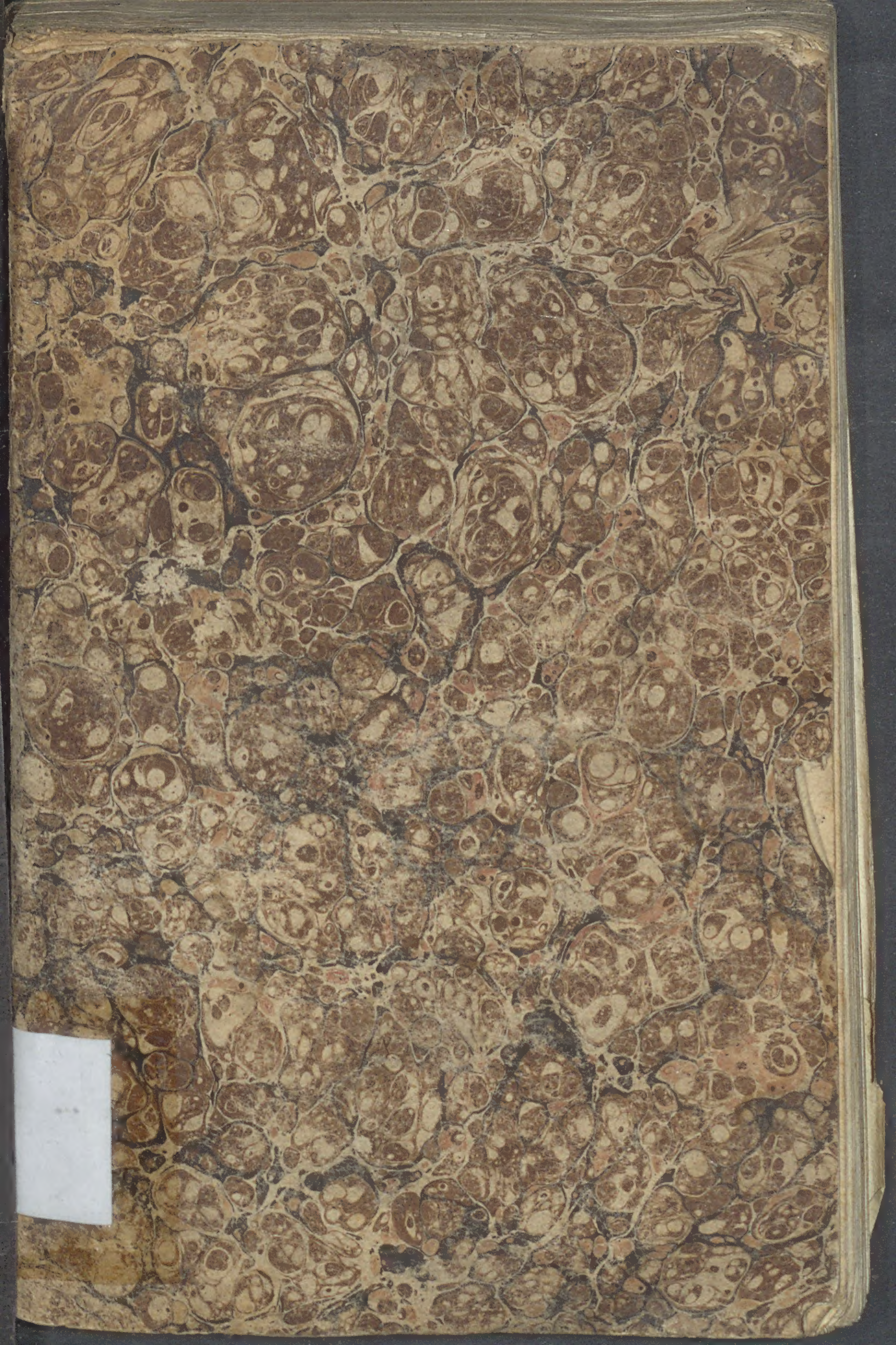




COMPENDIO

DE

MECÁNICA PRÁCTICA

PARA USO DE LOS NIÑOS, ARTISTAS, artesanos y demas personas que no tienen conocimiento del cálculo diferencial é integral. Con el modo de construir la curva que trazaban las granadas arrojadas por los franceses en el sitio de Cádiz; donde se presenta el plano de esta plaza y la posicion de las baterías y campamentos del egército sitiador.

POR

DON JOSEF MARIANO VALLEJO,
Catedrático que fué de Matemáticas, Fortificacion, Ataque y Defensa de las Plazas en el Real Seminario de Nobles de esta Corte, Individuo de la Real Sociedad Económica Matritense, y de otros establecimientos científicos.

MADRID.
IMPRENTA DE DOÑA CATALINA PIÑUELA.
1815.

AL REY NUESTRO SEÑOR.

Señor:

El constante deseo que ha manifestado V. M. de fomentar y propagar la instruccion pública, me animó á poner á sus Reales Pies la obra

de Matemáticas que publiqué durante la pasada lucha, con el fin de que sirviese principalmente para la instruccion de la juventud que se destinaba á la honrosa carrera de las armas. La bondad con que V. M. se dignó recibirla, me estimuló á presentarle este tratado, que V. M. se ha servido aceptar, honrándome con el permiso de que se lo dedique: distincion, Señor, que grabada en mi corazon, será un incentivo poderoso para hacer nuevos esfuerzos y aspirar á presentar á V. M. otras obras mas dignas de su respeto.

Dios guarde la importante vida de V. M. muchos años. Madrid 14 de octubre de 1815.

Señor:

Á los Reales Pies de V. M.

Josef Mariano Vallejo.

PRÓLOGO.

Si en todas las obras, de qualquier clase que sean, es conveniente poner un prólogo ó introduccion en que se dé alguna idea del objeto con que se ha formado, en esta es de absoluta necesidad, no tanto por ser nueva en su género, sino porque en realidad no puede tener por objeto el primitivo para que se formó, y de que conviene dar una idea al público.

Todos saben los prodigiosos efectos que ha causado nuestra artillería en la pasada campaña, y que ha merecido los mayores elogios no solo de los sabios militares de las naciones aliadas que nos han ayudado en esta obstinada quanto gloriosa lucha, sino de los mismos enemigos que han sufrido sus resultados. Todas estas ventajas provienen principalmente de la sana, sabia y sólida instruccion que han adquirido sus Oficiales en el Colegio de Artillería de Segovia; pero tambien es notorio á todos que con motivo

de nuestras primeras desgracias tuvo grandes pérdidas este ilustre Cuerpo, y que para atender á la urgentísima necesidad que habia de cubrir las bajas, fue preciso que al restablecerse el Colegio en Sevilla, y despues en Mallorca, se redugese el curso algun tanto para poder poner Oficiales aptos en campaña en menos tiempo del que antes se empleaba. Por esta causa el brigadier gefe de escuela Don Joaquin de Porras, capitan de la compañía de cadetes del Colegio establecido en Mallorca, hablando un dia con mi hermano que entónces se hallaba allí por órden del Gobierno para la impresion de mi obra de Matemáticas, le manifestó lo útil que sería para aquel Colegio el tener un compendito de Mecánica que contuviese las principales proposiciones, y que estuviesen dispuestas de modo que se pudiesen comprender en poco tiempo y sin tener grandes conocimientos del cálculo: mi hermano, con aquel interes que toma en todos los asuntos que pueden conducir para el bien público, manifestó al espresado Señor Don Joaquin de Porras, que teniendo yo ya escrita la Mecánica en borrador, me sería fácil formar el compendito

que se deseaba, y asi me escribió inmediatamente sobre el particular; pero el buque que traia la carta fue apresado por los franceses, despues fue represado por los ingleses y conducido á Gibraltar; de modo, que llegó á Cádiz la carta cinco ó seis meses despues de escrita. Yo emprendí al momento este trabajo, y seguramente á muy poco tiempo hubiera podido estar impreso; pero ocurrió el que por aquel tiempo fue la segunda época en que volvieron á tirar los franceses granadas á Cádiz; y habiendo yo pasado con comision del Gobierno á ecsaminar los alumnos de la Academia militar establecida en la Isla de Leon, como su director entónces era coronel de artillería, me ecsortó á que adelantase los trabajos que yo tenia hechos en el borrador de mi Mecánica sobre la verdadera curva que trazaban los proyectiles, contando con la resistencia del intermedio; y como esta cuestion tiene sus principales aplicaciones en la artillería, juzgué que no sería inoportuno poner el resultado de mis investigaciones sobre este punto al fin del compendio que habia emprendido, y habiendo comunicado mi pensamiento á varios indivi-

duos del apreciable Cuerpo de Artillería, entre los que se contaban el Escmo. Sr. D. Martin García Loigorri, Don Joaquin de Osma y otros dignísimos Oficiales, mereció su aprobacion; por lo qual me propuse adelantar este trabajo todo lo posible, y llegué en efecto á calcular y construir la curva; pero como los cálculos son complicados y era necesario tener en consideracion muchos datos que la mayor parte era preciso calcularlos de nuevo y en nuestras medidas, cometí un descuido que, aunque leve en sí, como era en los principales datos de que pendia todo el cálculo, hacia que todo aquel penoso trabajo que habia empleado fuese inútil. Tuve por consiguiente que volver á emprenderlo de nuevo, despues de haber rectificado bien todos los datos, y calculé la curva correspondiente no solo á las granadas y bombas de los franceses, sino á las granadas y bombas nuestras, de manera que tenia calculadas ocho curvas diferentes; y quando yo me lisongeaba de que tenia ya hecho el trabajo completo, al ir á construirlas encontré que no daba la forma que manifestaba el cálculo, lo qual me obligó á volver á repasar todas

mis operaciones, y hallé en efecto que habia cometido un yerro en la parte mecánica del cálculo que inutilizó todos mis trabajos, motivo por el qual tuve que volverlo á emprender de nuevo; y como los cálculos son tan penosos y yo no podia emplear mas tiempo que el destinado para el descanso y recreo, por tener que atender al cumplimiento de las obligaciones que me imponian los destinos y comisiones que desempeñaba, resultó que no pude tener concluido mi trabajo hasta el 29 de noviembre de 1813, que con la traslacion del Gobierno á esta Capital, no pude publicar en Cádiz.

Ahora con los felices resultados que han obtenido nuestras armas, y el estado de tranquilidad en que se halla la Europa, no puede servir para el objeto con que primitivamente se emprendió; pero atendiendo á que puede ser muy útil su publicacion para uso de los niños, de los artesanos, artistas y demas personas que no posean el cálculo sublime, me he resuelto á su publicacion; y al mismo tiempo no he querido omitir el trabajo de la trayectoria que trazaban las granadas arrojadas por los franceses, no solo

porque satisface la curiosidad de los que desean saber en qué consisten los adelantamientos que consiguieron los franceses, sino porque lo juzgo de suma importancia para los adelantos de la Artillería, que en mi entender puede llegar á un grado completo de perfeccion, poniendo en práctica las observaciones que hago al fin de esta obrita.

ADVERTENCIA.

Habiendo remitido S. M. esta obrita al ecsamen y censura del Real Cuerpo de Artillería, han recaido sobre ella los tres informes siguientes:

INFORME DE LA ACADEMIA DE SEGOVIA.

Hállase muy útil la 1ª parte, que es el Compendio de Mecánica Práctica, para el objeto con que está escrita; es decir, para la instruccion de los niños, artistas, artesanos y demas clases que no hayan estudiado las partes sublimes de las matemáticas, por estar dispuesta con todo aquel órden y claridad que admiten los cortos conocimientos matemáticos, que se suponen en los sugetos para quienes está escrita.

Parece, segun el prólogo del autor, que esta obra fue compuesta para que sirviese de testo en nuestro Colegio de Mallorca; pero habiendo cesado los motivos que obligaron en aquella época á reducir el curso que se daba en aquel establecimiento al menor tiempo posible para surtir de oficiales al egército, y restituido á esta ciudad bajo el pie de instruccion que tenia antes de la última guerra, no puede ya servir para este objeto, pues todo oficial de artillería necesita de unos conocimientos mas estensos y sólidos so-

bre la materia, como el mismo autor manifiesta en su citado prólogo.

En órden á la memoria ó apéndice de dicho tratado sobre la curva que trazaban las granadas arrojadas por los franceses en el sitio de Cádiz, no se puede menos de alabar igualmente los muchos cálculos é investigaciones que ha hecho dicho Sr. Vallejo para resolver este problema. Es digno seguramente de consideracion este delicado trabajo; pero la Academia en asunto tan complicado y de tanta trascendencia para la teoría de la balística, no puede opinar que el problema de la verdadera curva esté resuelto. El autor niega por una parte el influjo del movimiento de rotacion que esperimenta el proyectil en su trayectoria, atribuyendo los efectos que otros hacen depender de este fenómeno al movimiento diurno de la tierra que introduce tambien en su cálculo; pero como esto no es mas que una opinion. resta que rectificarla y continuar las observaciones y esperimentos, hasta demostrar que no es un problema indeterminado, por describirse la curva en diferentes planos. Por otra parte funda el autor su teoría en varios datos que son por lo menos muy dudosos, como es la velocidad inicial del proyectil tan diferentemente considerada por los varios autores que de ella tratan, y cuyas teorías, y aun esperiencias, dejan mucho que desear á la conviccion. La supuesta esfericidad del proyectil, que aun suponiéndole construido con ecsactitud completa en

las dimensiones, y de homogeneidad perfecta en su materia, dos datos que la imaginacion no admite como posibles en la práctica, siempre ha de padecer una escentricidad en el todo de su masa por la falta de metal en la boquilla y diferencia en las densidades de la espoleta, la carga de pólvora, plomo ó qualquiera otra materia que se incluya en la granada ó bomba y entre sí. Todo esto, sin contar las corrientes de viento que obran con mas ó menos impulso en diferentes alturas, y á veces en sentido contrario, y otras causas aun no bien conocidas, como la del movimiento curvo lateral, observado continuamente en las escuelas prácticas con las balas de cañon y de fusil, y las granadas tiradas por graduaciones poco superiores á la horizontal, deja poca esperanza de que el hombre atine la verdadera ruta que un proyectil de esta especie sigue por la aun poco conocida atmósfera terrestre, que es el teatro de los fenómenos mas varios, instantaneos y pasmosos de la naturaleza, tanto mas confusa para nuestros sentidos, quanto mas diáfana tal vez se presenta á nuestra vista. Pero nada se concibe imposible para lo futuro; y considerando qué variacion de ideas, qué eesactitud de cálculos, qué cúmulo de otras nuevas produjo la sencilla observacion de la ley del movimiento hecha por el inmortal Newton, nunca debe desanimar el humano entendimiento, por mas que en la resolucion de los problemas deseados halle la imaginacion insuperables obstáculos. Mejor co-

nocidas que al presente la naturaleza y efectos de los fluidos aeriformes, y otros mas fugaces que entran en la composicion de la pólvora, de los metales, de la atmósfera, &c., podrán los matemáticos aplicar sus rigorosos y sublimes cálculos, como á otros ramos físicos, al arte balístico, que por ahora es preciso confesar ingenuamente, se maneja por prácticas fundadas en observaciones y principios sencillos de la física general, enteramente distantes de los resultados que de sus teorías han deducido los hombres mas sabios. Lejos de nosotros el desprecio de sus laboriosos trabajos, por lo menos enseñan los caminos por donde se debe sujetar la naturaleza á la investigacion humana, quando la ecsactitud es de rigorosa necesidad. ¡Así encontrára la segunda á aquella mas dócil á sus deseos y menos varia en sus fenómenos! pero al contrario, cada luz que se la roba ó que ella presenta, nos descubre mas y mas lejanos límites de la inmensidad de sus operaciones.

Considerando todo lo espuesto, repite la Junta, que ambos trabajos honran mucho al profesor Vallejo, y que su publicacion puede ser de mucha utilidad al público, sobre todo el primero ya en su actual estado, y tambien el segundo podrá recibir mejora de parte del mismo autor, si pareciéndole oportunas las reflecsiones que anteceden, quiere admitirlas como elementos de sus profundas y laboriosas tareas ulteriores. = Segovia 7 de marzo de 1815.

INFORME DEL SUBINSPECTOR.

He leido con la mayor detencion y cuidado la obra del profesor de matemáticas Don Josef Mariano Vallejo, titulada: Compendio de Mecánica Práctica, *&c.; y aunque por su modesto anuncio parece que habia de limitarse el autor á los cortos conocimientos que se debe suponer en los sugetos para quienes se ha escrito, sin embargo, he visto con sumo placer que ademas de haber desempeñado esta circunstancia, vierte en toda la obra, con profusion, una multitud de nociones importantísimas que no debe ignorar el que desee hacer uso con fruto y utilidad de las leyes del movimiento. La sencillez de los cálculos, el buen órden y eleccion de los mas esenciales principios de la ciencia, y el esquisito cuidado en amenizarlos con quanto pueda tener una influencia interesante en la materia, hacen que esta obra, aunque en compendio, sea siempre deseada y buscada por todos aquellos que sin embargo de poseer las partes sublimes de la matemática, quieren tener recopilado en un corto volúmen todo lo mas substancial y útil de esta ciencia, para aplicarlo inmediatamente á la práctica. Esto es lo que se encuentra, á mi parecer, de un modo satisfactorio en la obra de que voy hablando. Conozco muy bien que quando el objeto de un tratado de mecánica es el de desenvolver todos los principios de la ciencia, y*

señalar los caminos por donde se puede llegar á ensancharlos con el ausilio de las sabias é ingeniosas teorías, que han originado los cálculos diferencial é integral, todo lo que sea encerrarse en unos límites estrechos, y no dar á conocer lo mejor que se haya escrito por los sabios de todas las naciones y de todos los tiempos, es, hablando con propiedad, defraudar al lector y abusar de su buena fé; pero cuando, como sucede en esta obra, el fin no es otro que poner la mecánica al alcance de los jóvenes y artistas, sin necesidad de causarles molestia en difíciles operaciones algebraicas y cálculos elevados, la concision y claridad no faltando al objeto primordial, son dos títulos recomendables y dignos del aprecio general. Nada hay mas difícil que el componer unos buenos elementos de qualquiera ciencia que sean, y no lo es menos el formar un compendio con la ecsactitud y precision que se debe; y por esta causa no podré menos de manifestar quan acreedor es del aprecio público el Sr. Vallejo, por el penoso trabajo que se ha tomado en redactar, en pocas páginas, todo lo que se necesita saber para valerse con utilidad de todas las leyes que sirven de base á la maquinaria, y mucho mas en poner con la claridad que es posible, desenvueltas las ideas que la observacion y la física han suministrado sobre la scantidad de accion de los mas comunes agentes de que el hombre suele echar mano con frecuencia para ocurrir á sus necesidades. Creo no equivo-

carme en asegurar que la Mecánica Práctica de Don José Mariano Vallejo, comprende quanto es necesario para emplear con conocimiento las fuerzas ó potencias destinadas á aliviar la especie humana de sus fatigas. Mas como ya confiesa el autor en su prólogo, y dice con bastante fundamento la Academia en su informe, esta obra no puede servir de testo en la actualidad en el Colegio del Cuerpo, porque en los establecimientos de esta clase lo que se debe procurar por todos los medios posibles es el enseñar á los alumnos á discurrir y á pensar, presentándoles las nociones de las ciencias, bajo un aspecto puramente teórico, sin que por esto se descuide el manifestar las aplicaciones prácticas, único fin de nuestros desvelos y tareas literarias. Pero no dejaré de decir que esta obra siempre será útil y provechosa á todos los alumnos que, despues de haber estudiado la teoría de la Mecánica con toda la perfeccion de que es susceptible esta ciencia, deseen tener para los usos prácticos compiladas sus principales verdades. Esto les escusaria acudir en cada caso particular á los cálculos sublimes, cuya aridez no es en todos tiempos ni en todas edades soportable: y con mucha mas razon siendo constante que á la mayor parte ó casi todos los que se dedican á esta ciencia, rara vez les ocurre aplicar otros principios que los mas generales y sencillos, sin que haya necesidad de apelar á los conocimientos dificiles; pues es bien cierto que estos solo sirven

para estender los límites de la ciencia por sugetos dedicados espresamente á este objeto, y para presentar con claridad y precision los resultados de sus investigaciones.

En quanto al apéndice sobre la curva que describian las bombas arrojadas desde el Trocadero á Cádiz, poco tendré que añadir á lo que, con tanto acierto, dice la Academia en su informe. Conozco muy bien que los hechos físicos de que deben deducirse las leyes á que ha de sujetarse la curva ó trayectoria que describe un proyectil disparado por una boca de fuego, son erroneos y estan acompañados de una porcion de circunstancias tambien sujetas á mil variaciones difíciles hasta el estremo de ser apreciadas con ecsactitud, aunque se interpongan los cálculos mas ecsimios y profundos. No obstante, como en cosas que juega la naturaleza caprichosamente, es decir, sin sujecion á leyes ni reglas conocidas, lo único que se puede esperar de los resultados de las investigaciones teóricas, es la mayor aprocsimacion de estas á los hechos que presenta una práctica bien observada, no puedo prescindir de manifestar que aunque la curva construida por el profesor Vallejo no es la que realmente trazaban los proyectiles de que trato, porque los principios en que funda su teoría carecen del grado de evidencia que en estos asuntos se necesita, con todo, no cabe la menor duda en que dicho profesor aclara bastante la materia y la trata con mucho pulso y delicadeza, haciendo

entrar en su cálculo la mayor parte de la variedad de incidentes, que se oponen mas ó menos al hallazgo de la verdadera curva. A primera vista se conoce con facilidad que para conseguir tan laudable fin ha empleado un trabajo ímprobo y desabrido; lo que bajo qualquier aspecto que se mire, no puede menos de ser elogiado por todos los que conocen estas materias. En todo esto no se debe ecsigir cosas que quizás son imposibles, mientras que la naturaleza no presente con mas claridad la marcha de sus procedimientos á la observacion del hombre. Es menester contentarse por ahora con meras aprocsimaciones, aunque no se pierda de vista el buscar la ecsactitud; y por esta causa diré siempre que la laboriosidad, ingenio y profundos conocimientos físicos y matemáticos del autor del apéndice, hacen concebir la alagüeña esperanza de que continuando con tan noble empeño como hasta aqui en sus tareas literarias, llegará con el tiempo á ilustrar la materia en cuestion, de modo que la haga cambiar de aspecto en algun tanto, y nada deje que desear de los grandes geómetras que la han tomado por asunto de sus vigilias. Estos, del mismo modo que lo ha hecho el Sr. Vallejo, han apoyado sus ingeniosas teorías en hipótesis mas ó menos ciertas; y por mas que se han esmerado en escrupulizar todas las contingencias que sirven de obstáculo para fijar el cálculo de un modo general, se han encontrado embarazados al observar quantas y quan varias

son estas. Si el objeto fuese únicamente el construir la curva bajo ciertas y determinadas suposiciones, y desentendiéndose de las causas que influyen directa y poderosamente quando llega el momento de la egecucion, no sería tan dificil, como lo es en realidad, el graduar el valor y poderío de cada uno de los datos que se introducen en la equacion de la trayectoria; pero la práctica, que se desentiende de congeturas y únicamente se fija en los resultados, no puede prescindir de tomar en consideracion, entre otras cosas menos notables, el movimiento de rotacion de los proyectiles, el que sin embargo de no estar bien determinado hasta ahora, es reputado por algunos científicos como causa de varios fenómenos al parecer inesplicables: el valor ecsacto y verdadero de la velocidad inicial, tan diferentemente apreciada que apenas hay un autor que se conforme enteramente con el resultado que otro sienta como seguro é incontestable: la graduacion fija de la espansibilidad de los fluidos elásticos y gaseosos que produce la inflamacion de la pólvora: su combustion mas ó menos instantanea: la justa y cabal estimacion de la rarefaccion del ayre que circunda á la pieza despues de haberse hecho con ella varios disparos: la resistencia de este en sus varios estados y temperaturas: el viento ó hueco que hay entre el proyectil y la pieza que le arroja: la mayor ó menor presion de la pólvora en la carga: la variedad de esta, bien sea en la cantidad ó en

la especie: la diferente densidad del metal de los proyectiles procedente de la clase de mina que se ha empleado para su estraccion, de su elaboracion, y aun del mas ó menos calórico que hay en la atmósfera en el mismo acto de la fundicion: la diversa produccion de gases segun sea mas ó menos rápida la inflamacion de la pólvora, hecho al parecer estraño pero que ha demostrado suficientemente la Química moderna: la distancia del oido de la pieza al centro de la carga, en lo que hace tambien gran papel su diámetro. Todo esto ha dado márgen á tantas y tan variadas teorías que para hacer cada uno de sus autores que correspondiesen con lo que manifiestan la práctica y la esperiencia, se han visto precisados á engrandecer la influencia de algunas de estas circunstancias por haberlas disminuido gratuitamente en otras; y esto es y ha sido siempre la causa principal de notarse en sus escritos poca diversidad en quanto á los últimos resultados, siendo muy diferentes los datos que han hecho entrar en sus cálculos; y mientras que el hombre no se vea ausiliado de los instrumentos competentes para determinar con precision por medio de hechos y esperiencias el valor de aquellos, serán siempre diferentemente considerados, y de aqui nacerá inevitablemente un invencible obstáculo que se opondrá siempre á la resolucion geométrica del problema. Pero aunque esto no sea asequible segun el estado actual de las ciencias ausiliares, forzoso es no de-

sistir del empeño, y en todos tiempos será acreedor á la gratitud de los hombres ilustrados aquel que á duras penas consigue acercarse un poco á la verdad y abrir un nuevo campo á la imaginacion para conducirse con alguna seguridad en sus investigaciones; y en este grado creo deber colocar á Don Josef Mariano Vallejo, cuyo apéndice ó memoria será siempre leida con mucho interes y fruto por todos los que se dediquen á la Artillería.=Segovia 20 de marzo de 1815. El Subinspector del departamento=Josef de Montes Salazar.

Informe del Escmo. Sr. D. Martin García Loi-Gorri, Director general de Artillería.

Señor:=Obtenido el beneplácito de V. M. para oir la censura que merecia á la Academia del Colegio de caballeros Cadetes del Real Cuerpo de mi cargo, el manuscrito Compendio de Mecánica Práctica, &c. *que presentó á V. M. su autor Don Josef Mariano Vallejo, y prevenido por mí al Subinspector de Segovia, que sobre ella espusiera su dictámen, todo con el fin de reunir una copia de luces que facilitara la idea mas ecsacta de la obra, en cuya vista, y la del muy respetable y soberano decreto de V.M. de 21 de setiembre del año prócsimo pasado, tengo la honra de informar, poniendo en sus Reales Manos dicho manuscrito con el memorial de Vallejo, é inclusion de la censura de la Aca-*

demia y del dictámen del Subinspector del departamento de Segovia, ambos documentos originales: que así aquella como este hallan muy útil la primera parte de la obra para el objeto con que está escrita, por reunir todo el órden y claridad, &c. (continúa estractando los informes anteriores, y luego sigue) *Deduzco, Señor, de la obra que ha presentado á V. M. el profesor Vallejo, y de las censuras cuyos estractos llevo hechos, y hallo muy juiciosas, pues la del Subinspector es al fin una ampliacion de la que dió la Academia, que es innegable la gran utilidad de la primera parte de dicha obra; y que sino ha logrado en la segunda la resolucion del importantísimo problema que se propuso, con todo, da muy fundadas esperanzas de que estimulada su conocida aplicacion y talentos por las bondades de V. M. remunerando sus vigilias y espinosas tareas, podrá adelantar mucho en la materia. Así que, ya sea la primera parte sola, ya las dos juntas, rectificando (que sería lo mejor) ó no á su arbitrio, la segunda, segun los fundamentos que la Academia espone al efecto, puede V. M., si gusta, dignarse concederle el permiso que solicita para dedicársela é imprimirla, pues son pocos los que tienen tiempo, talento y aplicacion, que todo junto es preciso, para entrar en los ocultos senos de la naturaleza; obligándola á sujetarse, por decirlo así, á la investigacion y al cálculo. V. M., sin embargo se dignará resolver con mas acierto lo que*

estime conforme.=Madrid 15 de mayo de 1815= Señor =A L. R. P. de V. M.=Martin García y Loygorri.

En virtud de los quales se me comunicó una Real órden muy honorífica, en que no solo se me concedia el permiso para imprimir esta obra y dedicarla á S. M., sino que se me daban las mas espresivas gracias por este útil trabajo, y se me autorizaba para hacer uso de las reflecsiones contenidas en los informes, á cuyo fin se me pasaron copias; y tanto para dar un público testimonio de mi gratitud á los ilustres individuos de dicho Real Cuerpo, por lo mucho que me han favorecido, como para ilustracion del punto de que se trata, por el tino, juicio y sabiduría con que estan escritos los informes, he juzgado oportuno publicarlos, dejando para quando se imprima mi Tratado Elemental de Mecánica el hacerme cargo de las sapientísimas y oportunas reflecsiones que en ellos se contienen, y que comprueban la utilidad, necesidad é importancia de perfeccionar este trabajo, y las dificultades que se encuentran en su egecucion.

COMPENDIO

DE

MECÁNICA PRÁCTICA

NOCIONES PRELIMINARES.

1 En la introduccion de mi Tratado Elemental de Matemáticas, hice una clasificacion de todas las ciencias que se conocen con el nombre de *naturales*, *físicas y matemáticas*; en cuya esposicion dí á conocer lo que se entendia por *espacio* antes de manifestar lo que era *estension*; mas ahora que ya debemos estar familiarizados con la idea de estension, podremos decir que *el espacio es una estension considerada como sin límites, inmóvil y penetrable á la materia*; y á este espacio es al que referimos la posicion de los cuerpos.

2 Quando un cuerpo permanece constantemente en un mismo lugar del espacio se dice que está en *reposo*; y quando no, se dice que está en *movimiento*; de manera que se llama *movimiento de un cuerpo á su traslacion de un lugar á otro del espacio.* Si el movimiento lo

referimos á puntos fijos del espacio, se llama *movimiento absoluto*; pero si lo referimos á otros puntos ó cuerpos que no esten fijos en el espacio, entonces se llama *relativo*: y este podrá ser tal, que un punto ó un cuerpo que se moviese relativamente á otros cuerpos, permaneciese en reposo en el espacio: por egemplo, si un hombre que va en un navío se mueve de proa á popa, andando tanto espacio como el navío anda de popa á proa, este hombre con relacion al navío y á las demas personas ú objetos que hubiese dentro, se movia; pero con relacion al espacio permanecia en reposo; pues correr él igualmente y en direccion opuesta á aquella en que camina el navío, equivale á estar suspendido en el espacio, y que el navío pase por debajo de él.

3 *Un punto ó un cuerpo* (se supone inanimado) *que se halla en reposo, no se puede comunicar por sí mismo ningun movimiento*; porque en sí no tiene nada que le haga estar mas bien en un estado que en otro: luego para que se ponga en movimiento es necesario que haya una causa que le obligue á ello. Del mismo modo si *un cuerpo se halla en movimiento, permanecerá constantemente moviéndose si una causa estraña no le obliga á pararse.* Á esta causa estraña que muda el estado de un cuerpo, haciéndole pasar del reposo al movimiento, ó del movimiento al reposo, se le dá el nombre de *fuerza ó potencia.*

4 Se han hecho todas las tentativas posibles para descubrir la naturaleza de las fuerzas:

pero hasta ahora todas han sido inútiles; de manera que ignoramos completamente la causa de esta modificacion particular, por la qual aparece animada la materia. Mas por fortuna los principios de la mecánica no dependen de modo alguno de este descubrimiento; pues lo que únicamente nos importa es medir los efectos que son capaces de producir las fuerzas, calcularlos y determinar las leyes de su accion.

5 Se llama *direccion* de una fuerza á la recta en virtud de la que se egerce su accion; y siempre se verifica que *quando un cuerpo está solicitado por una fuerza qualquiera*, y *se le abandona á sí mismo*, *sigue constantemente la direccion de esta fuerza*; porque no hay razon para que se separe mas bien á la derecha que á la izquierda de su direccion primitiva. De donde se deduce que *si dos fuerzas obran en el mismo sentido*, *se añaden la una á la otra*; y que *si obran en sentido contrario*, *el cuerpo no se puede mover sino en virtud de la diferencia*: de modo, que *si dos fuerzas iguales obrasen en un sentido opuesto sobre un mismo cuerpo*, *éste permaneceria en reposo*.

6 En las fuerzas hay que considerar, ademas de su direccion, su intensidad; y para determinar esta magnitud *á priori*, haria muy al caso el conocer la naturaleza de las fuerzas; pero siéndonos esta desconocida, es necesario recurrir á otros medios; y observando que las fuerzas son cosas de una misma especie, resulta que si

tomamos por unidad el efecto que una qualquiera produce, tendremos que la espresion de toda fuerza será una relacion ó una cantidad matemática que se puede representar por números ó por líneas: y así, quando digamos que una fuerza P está representada por la línea AB (figª 1ª) se deberá concebir que esta línea es la direccion misma de la potencia (*), y que la longitud AB contiene á la unidad lineal AE tantas veces como la fuerza P contiene á la unidad de fuerza F; es decir que se tiene $\frac{P}{F}=\frac{AB}{AE}$. Luego podemos decir que $P=AB$, tomando por unidad de fuerza F la que está representada por la unidad lineal AE.

7 Del mismo modo, quando se consideran dos fuerzas P y Q (figª 2ª) y se quieren representar por líneas, basta tomar estas rectas en las mismas direcciones de las fuerzas, y determinar sobre estas líneas dos partes AB y AC que tengan entre sí la misma relacion que estas dos fuerzas, de modo que se tenga $\frac{P}{Q}=\frac{AB}{AC}$.

8 Como un punto ó un cuerpo no puede ir

(*) *Se suele pintar una flecha al estremo de la línea que representa una fuerza, para que señale la direccion en que obra; y así esta fuerza AB se supone aquí que obra desde A ácia B, y no desde B ácia A.*

por muchos caminos á un mismo tiempo, resulta que si muchas fuerzas solicitan á un cuerpo, ó se han de destruir mútuamente, en cuyo caso se dice que *estan en equilibrio*; ó el punto ó cuerpo se moverá siguiendo una cierta direccion, como si únicamente obedeciese á la accion de una sola fuerza. Al conjunto de fuerzas que solicitan á un cuerpo se le llama *sistema de fuerzas*, y se llama *resultante ó derivada* del sistema, á la fuerza única que resulta de todas las demas, las quales se caracterizan con el nombre de *componentes*.

9 Acerca de las fuerzas nos podemos proponer dos problemas importantísimos, á saber: el de *la composicion de las fuerzas*, que consiste en hallar la resultante de un sistema dado de fuerzas ó potencias; y el de la *descomposicion de las fuerzas*, en el qual se trata de hallar dos ó mas fuerzas cuyo efecto equivalga al de otra fuerza dada. Y así, supongamos que dos fuerzas P y Q que obran sobre la molécula A (figª 2ª) esten representadas por AB y AC: por el primer problema se trata de encontrar la direccion y magnitud de la resultante AR: y por el segundo, al contrario, se supone dada la fuerza AR, y se buscan otras dos AB, AC, ó mas, que equivalgan á ella, ó que produzcan el mismo efecto que ella.

10 Quando en un sistema de fuerzas se conoce la resultante, es muy fácil conseguir el equilibrio; porque no hay mas que introducir

una nueva fuerza igual y directamente opuesta á esta resultante. Luego si suponemos que P, Q, S y T (figª 3ª), sean quatro fuerzas cuya resultante esté representada por la fuerza R, tendremos que si se introduce una nueva fuerza R' igual y directamente opuesta á R, establecerá el equilibrio entre P, Q, S y T, pues que ella destruirá á su resultante. Por lo qual el problema general de la investigacion del equilibrio entre diversas fuerzas, se reduce únicamente á la investigacion de su resultante.

Recíprocamente, si suponemos que la fuerza R' es la que causa el equilibrio entre las P, Q, S y T, tomando otra nueva fuerza R igual y directamente opuesta á R', esta nueva fuerza R, igual y directamente opuesta á R', será la resultante de las P, Q, S y T.

11 De donde se infiere que tan fácil nos es pasar de las condiciones del equilibrio á las del movimiento, como de las condiciones del movimiento á las del equilibrio. Y pues que ya hemos dado á conocer lo que se entiende por *movimiento* y por *equilibrio*, tenemos manifestado el objeto de la *Mecánica*, *que es la ciencia que trata del movimiento y equilibrio de los cuerpos*; y como de estos se puede hacer una gran division en *sólidos* y *fluidos* (*), resulta que en esta ciencia se deben considerar quatro tratados, á

(*) *Véase la introduccion de mi Tratado Elemental de Matemáticas pág. XVII.*

saber: la *Estática*, que trata del equilibrio de los cuerpos sólidos: la *Dinámica*, que trata de su movimiento: la *Hidrostática*, que trata del equilibrio de los cuerpos fluidos; y la *Hidrodinámica*, que trata de su movimiento.

12 Hasta estos últimos años se ha considerado el caso del movimiento antes que el del equilibrio; pero en la actualidad se considera antes el caso del equilibrio, porque en este no hay que atender al tiempo, y de él luego se deducen todas las circunstancias del movimiento, como lo manifestaremos en nuestra *Mecánica*; pero como los fenómenos del movimiento nos llaman mas la atencion y se nos hacen mas sensibles, y en este compendito tratamos únicamente de manifestar las principales verdades de la Mecánica, sin detenernos en los cálculos que conducen á su demostracion, trataremos con antelacion el caso del movimiento, aunque en él se debe atender desde luego al tiempo: por lo que nos ocuparemos ante todas cosas en manifestar las principales verdades de la

DINÁMICA.

Del movimiento uniforme.

13 Se dice que el movimiento es *uniforme* quando el cuerpo anda en tiempos iguales, espacios iguales: de donde se deduce que si llamamos *V* el espacio que anda un cuerpo en la uni-

dad de tiempo, por egemplo en un segundo, y T el tiempo que gasta en su movimiento, se tendrá que espresando por E el espacio andado al cabo del tiempo T será $E=V\times T$:
al espacio V, que anda el cuerpo en la unidad de tiempo, se le llama *velocidad*; por lo que la equacion anterior nos dice que *el espacio que un cuerpo anda al cabo de un cierto tiempo, se halla multiplicando la velocidad por el tiempo.*

14 Si despejamos V tendremos $V=\frac{E}{T}$, que quiere decir que *la velocidad es la relacion que tiene el espacio con el tiempo, ó es el quociente que resulta de dividir el espacio por el tiempo*. La misma equacion nos dá $T=\frac{E}{V}$, que nos dice que quando se conozca el espacio que anda un cuerpo y la velocidad, *hallaremos el tiempo dividiendo el espacio por la velocidad.*

15 Si señalamos con las letras minúsculas el *espacio*, *velocidad* y *tiempo* correspondientes á otro cuerpo qualquiera, tendremos $e=v\times t$, y formando proporcion con esta equacion y la que espresa el valor de E, se tendrá $E:e::VT::vt$ (A), que nos dice que *los espacios son como los productos de las velocidades por los tiempos*: ó que estan en *razon compuesta de las velocidades y de los tiempos.*

16 Si suponemos $V=v$, tendremos $E:e::T:t$, que nos dice que *á igualdad de velocidades, los*

espacios son como los tiempos. Y si hubiéramos supuesto $T=t$, hubiera resultado $E:e::V:v$; la qual nos dice que *á igualdad de tiempos los espacios son como las velocidades.*

17 Si suponemos que $E=e$ tendremos tambien que por ser iguales los dos primeros términos de la proporcion primitiva (A), lo serán tambien los dos últimos, y se tendrá $VT=vt$; la qual, puesta en proporcion, nos dará

$$V:v::t:T, \text{ ó } T:t::v:V.$$

La primera de estas proporciones nos dice que *á igualdad de espacios, las velocidades estan en razon inversa de los tiempos*; y la segunda, que *á igualdad de espacios, los tiempos estan en razon inversa de las velocidades.*

18 Si multiplicamos estremos y medios en la proporcion primitiva, saldrá $E\times v\times t=e\times V\times T$; la qual, puesta en proporcion de modo que las velocidades formen la primera razon, dará

$$V:v::E\times t:e\times T;$$

que nos dice que, *á desigualdad de todo, las velocidades estan en razon compuesta, directa de los espacios é inversa de los tiempos.*

19 La misma equacion puesta en proporcion de modo que los tiempos formen la primera razon, dará $T:t::E\times v:e\times V$, que nos dice que, *á desigualdad de todo, los tiempos estan en razon compuesta, directa de los espacios é inversa de las velocidades.*

Conviene que los jóvenes se acostumbren á deducir todas estas consecuencias de la propor-

cion primitiva (A); porque ocurren con mucha frecuencia ocasiones en que hacer semejantes comparaciones; y entendido una vez, ya están aptos para todos los casos de la misma especie; en esta obrita se ofrecerán muchas de estas ocasiones; y como el principal objeto que en ella nos proponemos es la concision, aconsejamos á los que la estudien, que egecuten seis ú ocho veces los cálculos anteriores, hasta que se pongan en estado de hacerlo de memoria: en cuyo caso estarán en disposicion de deducir todas las que nosotros omitiremos en lo sucesivo, tanto á causa de la brevedad, quanto porque son inútiles si los principiantes toman nuestro consejo.

De las fuerzas, de la cantidad de movimiento y de lo que se llama densidad.

20 Se llama *masa* de un cuerpo á la suma ó conjunto de partes materiales de que se compone; y como mientras mas sean las partículas de materia de que se componga un cuerpo, costará mas trabajo ponerle en movimiento, y teniendo presente que el efecto de la fuerza es hacer andar al cuerpo cierto espacio en un tiempo determinado, resulta que la fuerza que hemos de emplear para mover un cuerpo se mide *por el producto de la masa por la velocidad.* Luego si llamamos M la masa de un cuerpo, V la velocidad que se le ha comunicado, y F la fuerza que se haya empleado, tendremos $F=M\times V$.

Al producto MV de la masa por la velocidad se le llama tambien *cantidad de movimiento.*

Si espresamos por f, m, v, las cantidades relativas á otro cuerpo, tendremos $f=mv$; y formando proporcion, nos resultará

$$F:f::MV:mv \ldots (B),$$

que nos dice que *las fuerzas son como los productos de las masas por las velocidades*, ó que las fuerzas están en razon compuesta de las masas y de las velocidades.

21 Haciendo las mismas consideraciones que en los (§§ 15, 16, 17, 18 y 19) deduciremos 1º *que á igualdad de masas, las fuerzas son como las velocidades*: 2º *que á igualdad de velocidades, las fuerzas son como las masas*: 3º *que á igualdad de fuerzas, las masas están en razon inversa de las velocidades, ó las velocidades en razon inversa de las masas*: 4º *que á desigualdad de todo, las velocidades están en razon compuesta directa de las fuerzas, é inversa de las masas*; y 5º *que á desigualdad de todo, las masas están en razon compuesta directa de las fuerzas, é inversa de las velocidades.*

22 La Física esperimental demuestra, por medio de esperimentos, que todos los cuerpos están llenos de agugeros, á que se da el nombre de *poros*; de donde resulta que, siendo todos los cuerpos *porosos*, en un volúmen dado, no todo es materia, y que habrá tanta mas materia quantos menos sean los poros, ó quanto mas unidas se hallen entre sí las partes materiales de los cuer-

pos; y á esta mayor ó menor procsimidad de las partes materiales de los cuerpos, se le caracteriza con el nombre de *densidad*: de manera que se dice de un cuerpo que es mas *denso* que otro quando en un volúmen ó tamaño igual, contiene el uno mas materia que el otro; y se dice que es *menos denso* ó mas *ralo*, quando *en igual volúmen contiene menos materia.*

En general podemos decir que la densidad es el número de partes materiales que hay en un volúmen dado que se toma por unidad de medida; y como no hay una medida absoluta de la masa de un cuerpo, se usa de una relativa; y así *para hallar la masa que hay contenida en un cuerpo cuyo volúmen es conocido, no hay mas que multiplicar la densidad por el volúmen.* Luego si llamamos M la masa, D la densidad, y S el volúmen ó solidéz, se tendrá $M=S\times D$,
y respecto de otro cuerpo será $m=s\times d$,
que formando proporcion saldrá $M:m::S\times D:s\times d$,
que nos dice que *las masas son como los productos de los volúmenes ó solideces por las densidades.*

23 De esta proporcion podríamos deducir las mismas seis consecuencias que se dedugeron de la (A, § 15); pero no ocurre el tener que conservar en la memoria sino las tres primeras, á saber, *que á igualdad de volúmenes las masas son como las densidades*; que *á igualdad de densidades las masas son como los volúmenes*; y que

á igualdad de masas, las densidades están en razon inversa de los volúmenes.

24 Si en la proporcion (B) substituimos por M y m sus valores $S \times D$ y $s \times d$, se tendrá

$$F : f :: S \times D \times V : s \times d \times v;$$

que quiere decir que *las fuerzas estan en razon compuesta de los volúmenes, de las densidades, y de las velocidades.*

De esta proporcion se podrian sacar tambien varias consecuencias; pero como no ocurren con frecuencia casos en que tengan lugar, no nos detendremos en ello.

De los movimientos variados, y en particular de los *uniformemente acelerados ó retardados.*

25 Quando un cuerpo en tiempos iguales anda espacios desiguales, se dice que su movimiento es *variado*. Si los espacios que anda el cuerpo en tiempos iguales sucesivos van aumentando, se dice que el movimiento es *acelerado*, y si van disminuyendo se dice que el movimiento es *retardado*.

Para que el movimiento sea variado, se necesita que haya una fuerza que obre continuamente en el cuerpo; á la qual se le llama *fuerza aceleratriz* si su efecto es aumentar el movimiento del cuerpo, y *fuerza retardatriz* quando su efecto es disminuir su movimiento. Si esta fuerza aceleratriz obra constantemente, es decir, que en tiempos iguales haga adquirir aumentos igua-

les de velocidad, se llama *fuerza aceleratriz constante*; y si en tiempos iguales produce decrementos iguales de velocidad, se llama *fuerza retardatriz constante*; y los movimientos que se originan, se llaman *uniformemente acelerado ó uniformemente retardado.*

26 Puesto que en el movimiento uniformemente acelerado los números de grados de velocidad que ha adquirido el móvil, son tantos como el de unidades de tiempo, se tendrá que si llamamos g la velocidad que comunica la fuerza aceleratriz en un instante, y v la velocidad que ha adquirido al cabo del tiempo t, será $v = g \times t$.

Si suponemos que este cuerpo al principiar á obrar la fuerza aceleratriz se hallase con una velocidad a, al fin del primer instante se hallaria con una velocidad $a+g$, ó habrá andado una cantidad espresada por $a+g$: en el segundo instante habrá andado una cantidad igual con $a+2g$: en el tercero $a+3g$ &c.ª; y en el instante t habrá andado $a+tg$: y como estas cantidades forman una progresion aritmética, si queremos hallar el espacio total, que habrá andado al cabo del tiempo t, no tendremos mas que sumar la progresion aritmética

$$\div a . a+g . a+2g . a+3g \; . \; . \; . \; a+tg;$$

y como la suma de una progresion aritmética se halla (*) *sumando el primer término con el último, y multiplicando esta suma por la mitad*

(*) *Véase mi Tratado Elemental t. I.* § 287.

del número de términos, tendremos que si llamamos e al espacio total, se tendrá

$$e=\frac{1}{2}t\,(2a+tg);$$

y si suponemos que el cuerpo al principiar á obrar en él la fuerza aceleratriz no tubiese ninguna velocidad, debemos hacer $a=0$, lo que nos dará $e=\frac{1}{2}gt^2$;
y como $v=gt$, tambien tendremos $e=\frac{1}{2}vt$.

27 Si el cuerpo se hubiese movido uniformemente desde el principio con una velocidad v, al cabo del tiempo t hubiera andado un espacio espresado por $v\times t$, que es el doble de $\frac{1}{2}vt$; lo qual nos ofrece una consecuencia importante, á saber, que *en el movimiento uniformemente acelerado el espacio andado en un tiempo determinado es la mitad del espacio que andaria el móvil en el mismo tiempo con la velocidad adquirida al fin de dicho tiempo.*

28 Si espresamos por E el espacio que otro cuerpo andaria al cabo del tiempo T, sujeto á la misma fuerza aceleratriz, esto es, que en la unidad de *tiempo comunicase el mismo aumento* g *de velocidad*, tendremos $E=\frac{1}{2}gT^2$; y formando proporcion, resultará $e:E::\frac{1}{2}gt^2:\frac{1}{2}gT^2::t^2:T^2$, que nos dice que *en el movimiento uniformemente acelerado los espacios totales son como los quadrados de los tiempos.*

29 Respecto de este 2° cuerpo tendremos tambien $V=gT$; por lo que $v:V:gt::gT::t:T$; luego tambien tendremos $e:E::v^2:V^2$,
que nos dice que *en dicho movimiento los espa-*

cios totales son tambien como los quadrados de las velocidades.

30 Si estraemos la raiz quadrada de los términos de estas proporciones, tendremos

$$\sqrt{e}:\sqrt{E}::t:T, \text{ ó } \sqrt{e}:\sqrt{E}::v:V,$$

ó permutadas $t:T::\sqrt{e}:\sqrt{E}$ ó $v:V::\sqrt{e}:\sqrt{E}$; que nos dicen que *los tiempos ó las velocidades son como las raices quadradas de los espacios.*

31 Si quisiéramos comparar los espacios parciales, esto es, los que anda el cuerpo en cada segundo de tiempo en el mismo supuesto de ser $a=0$, se tendrá que el espacio que andará en el $1^\circ, 2^\circ, 3^\circ, \ldots t^\circ$ segundo, será g, 2g, 3g...tg, de donde resulta que *dichos espacios parciales guardan la misma razon que los tiempos.*

Del movimiento libre de los cuerpos sometidos solo á la accion de la gravedad.

32 Si un cuerpo qualquiera que lo tengamos en la mano, lo abandonamos á sí mismo, observamos que se cae dirigiéndose ácia la tierra; y esta es una propiedad que tienen todos los cuerpos, por la qual si se elevan sobre la superficie de la tierra, y se les abandona á ellos mismos, se dirigen á ella por líneas verticales, esto es, por líneas perpendiculares á la superficie terrestre, ó con mas ecsactitud, á la superficie de los mares. Á esta fuerza que atrae los cuerpos ácia el centro de la tierra se le llama *gravedad*; y se puede decir que entre todas las fuerzas naturales es aquella cuyas leyes son mas conocidas.

33 Los antiguos creyeron que la tierra era *plana*, esto es, que formaba una superficie plana por todas partes; pero luego que observaron que la altura de las estrellas no era la misma en varios parages, se convencieron de que era *curva*: el supuesto mas sencillo que resultó de estas consecuencias, fué el de suponerla que era *esférica*, cuya hipótesis no discrepaba mucho de la verdad. Varias operaciones geodésicas, hechas á principio del siglo 18, conducian á suponerla *prolongada* por los polos, y que tenia la figura de un limon. *Newton* y *Huygens* en virtud de las leyes de la gravedad universal, y atendiendo á los resultados que daba la longitud del péndulo simple que oscilaba los segundos en diversos parages, sacaban que era *aplanada* por los polos, y que tenia la figura de una naranja. Para decidir esta cuestion pasaron al equador en el año de 1735 los sabios franceses *Bouguer*, *Godin*, y la *Condamine*, acompañados de los sabios Españoles *Don Jorge Juan* y *Don Antonio Ulloa*, á medir un grado del meridiano; otra compañía de sabios compuesta de *Maupertuis*, *Clairaut*, *Camus*, y *le Monnier*, pasó al círculo polar á medir otro grado del meridiano; y de estas medidas se dedujo que la figura de la tierra era un *esferoide aplanado* por los polos; y segun los cálculos de nuestro Don Jorge Juan, resulta que el ege mayor, esto es, el diámetro del equador es de 16895708,5 varas españolas; y el menor, esto es, la distancia que hay de polo á

polo es de 16832190 varas españolas; de donde se deduce que como se llama *escentricidad* al quociente que resulta de dividir la diferencia entre el ege mayor y menor por el ege menor, tendremos que la escentricidad que resulta de la medida hecha por Don Jorge Juan, está representada por $\frac{1}{265}$ ó es $\frac{1}{265}$ del ege menor; y la relacion del ege de la tierra al diámetro del equador es de 265: 266.

34 Posteriormente se han medido varios grados de meridiano; y segun sea la medida que se elija, así se sacan diversas magnitudes para los eges: comparadas todas las medidas que se han hecho, inclusas las últimas hechas por los franceses para arreglar su sistema de pesos y medidas, resulta que el esferoide que mas concuerda con todas las medidas es aquel en que el ege mayor de la tierra, esto es, el diámetro del equador es de 15254598 varas españolas; el ege menor, esto es, la distancia que hay de polo á polo de 15209063 varas españolas: la diferencia entre los eges 45535 varas españolas: la escentricidad está representada por $\frac{1}{334}$, y la relacion de los eges es la de 334:335.

Para hallar la esfera que mas se aprocsima á la figura de la tierra, se supone que sea aquella en que todos los grados del meridiano sean iguales al grado 45 de latitud, que tiene 57008,22 toesas: luego si multiplicamos esto por 360°, hallaremos la circunferencia entera de la tierra, y dividiendo esta por 3,14159 &c y reduciendo á

varas españolas, resulta el diámetro de la tierra en este supuesto de 15231832 varas.

Tambien se suele tomar por esfera aprocsimada al esferoide terrestre la que tiene un diámetro medio proporcional aritmético entre los dos eges de la tierra; en cuyo caso resulta estar representado dicho diámetro por 15231835, 5 varas segun las últimas medidas; y por 16863949,25 varas segun la de Don Jorge Juan.

35 *La direccion de la pesantez ó gravedad es perpendicular á la superficie terrestre, ó hablando con mas ecsactitud, á la superficie de las aguas quando estan en reposo*; pues esta superficie indica por todas partes la forma que tendria la tierra haciendo abstraccion de sus desigualdades.

Aunque en esta obrita no nos detenemos mucho en dar la demostracion de nuestras proposiciones, no obstante como esta sirve de base de todos los conocimientos que se han adquirido sobre la figura de la tierra y de los movimientos celestes, importa saber que se puede demostrar su verdad por un raciocinio rigoroso y fácil de comprender. En efecto, la esperiencia nos enseña que las partículas del agua son pesadas como todos los otros cuerpos: luego si suponemos que sea desconocida la direccion de la pesantez, se tendrá que no por esto dejará de ser cierto que esta fuerza impele á cada una de ellas en una cierta direccion. Luego quando se hallen en equilibrio, es una prueba nada equívoca de que se han dis-

puesto de modo que no pueden ceder á la accion de la pesantez; por manera que las moléculas de la superficie estén sostenidas por la incomprensibilidad de las moléculas de lo interior. Para esto, es absolutamente necesario el que la direccion de la pesantez sea perpendicular á la superficie superior de la masa de agua; porque si le fuese obliqua, las partículas de agua que en ella se hallasen, resbalarian sobre esta superficie, sin que las de lo interior pudiesen retenerlas. *Luego la direccion de la pesantez es por todas partes perpendicular á la superficie de las aguas en reposo*: y este resultado es de todo punto independiente de qualesquiera hipótesis que se hagan sobre la figura de la tierra.

36 Para conocer esta direccion por esperiencia, se suspende un cuerpo al estremo inferior de un hilo, cuyo otro estremo está fijo; y la direccion que toma este hilo es la que se llama *vertical*. Los dos puntos opuestos del cielo que encontraria dicha línea prolongada indefinidamente, se llaman *zenith* al superior, y *nadir* al inferior.

37 Puesto que la direccion de la pesantez es perpendicular á la superficie terrestre, resulta que si la tierra fuese plana, y su interseccion con un meridiano la supusiéramos representada por AB (fig. 4), la direccion de la pesantez ó gravedad estaria representada por las líneas MP; las buales en este caso serian paralelas. Pero no siendo plana la superficie terrestre, sino cóncava ácia su interior, estas perpendiculares serán conver-

gentes ácia lo interior de dicha superficie. Si la tierra fuese perfectamente esférica, la fuerza de la gravedad se dirigiria ecsactamente ácia su centro como representa la (figura 5). Pero como no es esférica y acabamos de indicar que es un esferoide, resulta que las perpendiculares á la superficie no van á parar ecsactamente á su centro; sino al espacio *abcd* comprendido por las evolutas de la elipse que forma una interseccion del esferoide por un plano, como se representa en la (fig. 6): la qual está construida ecsactamente con arreglo á escala en la hipótesis de ser 265:266 la relacion de sus eges; mas para hacer ver la forma que tiene la evoluta, la hemos construido esta como correspondiendo á una elipse 50 veces mayor, es decir, que el espacio evoluto *abcd* no corresponde á la elipse APBQ, sino á una elipse cuyo ege mayor fuese igual á 50AB, y el menor á 50PQ; y la hemos construido mayor, porque la correspondiente á la elipse de la figura no se veria.

38 En la mayor parte de las investigaciones que ocurren en la sociedad, se supone sin que resulte error, que la tierra es esférica, y en esta hipótesis fué en la que calculámos las diferencias [Trat. elem. de Mat. T. I §. 657] del nivel verdadero al aparente: y aunque en la realidad la fuerza de la gravedad obra por líneas convergentes, se supone en casi todas las aplicaciones que la gravedad obra en la direccion de líneas paralelas; pues se necesitan 37 varas me-

didas en la superficie terrestre para que las direcciones de la gravedad á los estremos de esta distancia formen un ángulo de un segundo en el centro de la tierra.

39 Es necesario no confundir el efecto de la *pesantez* con el *peso*. El efecto de la pesantez consiste en comunicar ó intentar comunicar á cada parte de la materia, cierta velocidad que es de todo punto independiente del número de las partes materiales: y por lo mismo debajo del recipiente de la máquina neumática (*) despues de haber causado el vacío, estrayendo el ayre, se observa que un pedazo de corcho gasta tanto tiempo en caer como un pedazo de oro, plata, plomo &c. Pero el *peso* es igual á la fuerza que hemos de emplear para impedir que una masa propuesta obedezca á su pesantez; de donde resulta que *el peso pende de la masa*, *ó es proporcional con ella*, *pero no la pesantez.*

40 Quando se considera el peso de un cuerpo sin atender al volúmen que lo contiene, se llama *peso absoluto*; pero quando se trata de saber quanto pesa alguna materia en un volúmen dado, entónces se llama *peso específico*: de manera, que el peso específico de un cuerpo es la razon que tiene el número de unidades de su peso absoluto, con el de las de su volúmen, ó lo que

---

(*) *Es una máquina por medio de la qual se consigue que no haya aire en una basija qualquiera.*

viene á ser lo mismo, peso específico de un cuerpo es el peso comprendido en la unidad de volúmen. De donde resulta que si *es conocido el peso específico y el volúmen, se hallará su peso absoluto multiplicando el peso específico por el volúmen.*

41 Luego si llamamos P y P' los pesos absolutos de dos cuerpos, p y p' sus pesos específicos, y S y s sus volúmenes ó solideces, tendremos $P=Sp$, $P'=sp'$
que suministran esta proporcion $P:P'::Sp:sp'$, que nos dice que *los pesos absolutos están en razon compuesta de los volúmenes y de los pesos específicos.*

Si en esta proporcion hiciéramos consideraciones análogas á las que hicimos con la [(A) § 15], podríamos deducir *que á igualdad de volúmenes, los pesos absolutos eran como los pesos específicos*; que *á igualdad de pesos específicos, los pesos absolutos son como los volúmenes*; y que *á igualdad de pesos absolutos, los pesos específicos estan en razon inversa de los volúmenes.*

42 Pues que las masas son (39) proporcionales á sus pesos, resulta que si las masas de estos dos cuerpos las espresamos por M, M', podremos poner $M:M'::P:P'::Sp:sp'$;
y suponiendo que los volúmenes sean iguales, se tendrá $M:M'::p:p'$.
Y como á igualdad de volúmenes (23) las masas son como las densidades, se verificará que en este supuesto será $M:M'::D:D'$,

ó por tener estas dos proporciones la primera razon comun, tambien se tendrá $D:D'::p:p'$, que nos dice que *las densidades son proporcionales á los pesos específicos.*

43 Como es muy importante conocer los pesos específicos de las diferentes substancias, pondremos aquí la siguiente

TABLA

de los pesos ó gravedades específicas de diferentes substancias, comparadas con el agua destilada que se toma por unidad.

1º *Substancias metálicas.*

Oro de 24 quilates fundido, no forjado.	19,258.
Oro de 22 quilates id.	17,486.
Plata de 12 dineros, fundida, y no forjada.	10,474.
Plata de 11 dineros y 10 granos id. .	10,175.
Platina en bruto, en arenillas.	15,602.
Platina purificada fundida.	19,500.
Cobre rojo fundido, y no forjado. . .	7,788.
Hierro fundido.	7,207.
Hierro forjado en barras, batido ó no batido.	7,788.
Acero ni templado ni batido.	7,833.
Estaño puro fundido y no batido. . .	7,291.
Plomo fundido.	11,352.
Zinc fundido.	7,191.
Antimonio fundido.	6,702.

Arsénico fundido.	5,765.
Mercurio líquido.	13,568.
Cinabrio rojo de Almaden.	6,902.

2º *Piedras preciosas.*

Diamante oriental blanco.	3,521.
Rubí oriental.	4,283.
Topacio oriental.	4,011.

3º *Piedras silíceas.*

Cristal de Roca transparente de Madagascar.	2,653.
Quarzo cristalizado.	2,655.
Guijarros de empedrar calles.	2,416.
Ágata Oriental.	2,590.
Ágata Onice.	2,638.
Calcedonia.	2,616.
Cornalina.	2,614.
Piedra de escopeta de color melado. . .	2,594.
Piedra de escopeta de color negruzco .	2,582.
Jaspe verde claro.	2,359.
Jaspe pardo.	2,691.

4º *Piedras diversas.*

Alabastro oriental blanco antiguo. . .	2,730.
Marmol de Borbon.	2,696.
Espato pesado gris, llamado piedra de Bolonia.	4,441.

Espato fluor blanco.	3,156.
Granito rojo de Egipto.	2,654.
Granito rojo del Delfinado.	2,643.
Piedra Pomes.	0,915.
Porcelana de Sevres.	2,146.
Azufre nativo.	2,033.
Azufre fundido.	1,991.

5º *Líquidos.*

Agua destilada.	1,000.
Agua llovediza.	1,046.
Vino de Borgoña.	0,992.
Vino de Burdeos.	0,994.
Alkool del comercio.	0,837.
Alkool muy rectificado.	0,829.

6º *Aceytes.*

Aceyte de olivos.	0,915.
Aceyte de nueces.	0,923.
Aceyte de linaza.	0,940.
Aceyte de colza.	0,919.

7º *Gomas, resinas y grasas.*

Resina amarilla ó blanca del pino. . .	1,073.
Sandaraca.	1,092.
Goma arábiga.	1,452.
Opio.	1,337.
Cera amarilla.	0,965.

Cera blanca.	0,969.
Sebo.	0,942.
Manteca de cerdo.	0,937.
Tocino lardo.	0,948.

8º *Maderas.*

Encina de 60 años, el corazon. . . .	1,170.
Corcho.	0,240.
Olmo, el tronco.	0,671.
Fresno, el tronco.	0,845.
Haya.	0,852.
Aliso.	0,800.
Arce.	0,755.
Nogal de Francia.	0,671.
Sauce.	0.585.
Tilo.	0,604.
Pino macho.	0,550.
Pino hembra.	0,498.
Álamo.	0,383.
Manzano.	0,793.
Peral.	0,661.
Ciruelo.	0,785.
Cerezo.	0,715.
Avellano.	0,600.
Bogs.	0,912.
Vid, ó cepa de viña.	1,327.
Sauco.	0,695.
Jazmin de España.	0.770.
Guayacan.	1,333.
Ébano de América.	1,331.

Palo de Brasil.	1,031.
Palo de Campeche.	0,913.
Cedro.	0,596.
Naranjo.	0,705.
Limonero.	0,726.

9º *Ayres ó gases.*

Ayre atmosférico.	0,00123.
Gas azoe.	0,00119.
Gas ocsígeno.	0,00136.
Gas hidrógeno.	0,00009.
Gas ácido carbónico.	0,00189.
Por último, el peso específico de la pólvora es.	0,914

44 Esta tabla sirve para hallar el peso absoluto de un volúmen qualquiera de las materias que contiene: para esto se necesita conocer el peso absoluto de un volúmen igual de agua, teniendo presente que el pie cúbico francés de agua destilada pesa 70 lib.ˢ francesas; lo que da para el pie cúbico español de agua tambien destilada 47 libras españolas (*); luego multiplicando 47 libras españolas por el número de

(*) *Si se quiere tener un valor mas ecsacto del peso del pie cúbico de agua, se tomará el valor que le corresponda ecsactamente, atendiendo á la temperatura y á la presion de la atmósfera en la tercera tabla de la nota del* §. 241.

pies cúbicos españoles que contenga la materia cuyo peso se trata de averiguar, tendremos el peso de un volúmen igual de agua; y para hallar el peso absoluto de la espresada substancia, diremos: 1. *peso específico del agua es al peso específico que en la tabla corresponde á la espresada substancia, como el peso absoluto del volúmen de agua que acabamos de determinar es al peso absoluto de un volúmen igual de la espresada substancia*. Por egemplo, si quisiéramos hallar el peso absoluto de 8 pies cúbicos de plomo fundido, buscaríamos primero el peso absoluto de 8 pies cúbicos de agua, multiplicando 8 por 47, y tendríamos que pesarian 376 libras españolas.

Ahora formaré esta proporcion

1:11,352::376:4268.352 libras españolas,
y este es el peso que buscaba.

45 De aquí resulta una regla práctica para esta operacion, y se reduce á *multiplicar el número que espresa el peso específico de la substancia por el número que espresa los pies cúbicos, y este producto volverlo á multiplicar por 47, y el número que resulte espresará en libras españolas lo que pesa el cuerpo.*

46 La *pesantez* ó gravedad obra igualmente y sin intermision sobre los cuerpos que se abandonan á ellos mismos, por lo que esta es una *fuerza aceleratriz constante*; y sus leyes serán las que hemos manifestado (§ 26 y siguientes). Luego por medio de las fórmulas $v=gt$, $e=\frac{1}{2}gt^2$,

tendremos quanto nos interese, si conocemos un solo efecto de la pesantez en un tiempo determinado.

47 La esperiencia ha hecho conocer que en París, cuya latitud es de 48° 50′ 15″, un cuerpo, al qual no hace el ayre una resistencia sensible, cae de $15\frac{1}{10}$ pies franceses, ó con mas ecsactitud de 15,098 pies franceses en el primer segundo de su caida; y como hemos visto (27) que con la velocidad adquirida en una serie de aceleraciones sucesivas podria andar el cuerpo moviéndose uniformemente un espacio duplo en el mismo tiempo, resulta que la velocidad que un cuerpo ha adquirido al cabo del primer segundo de su caida es tal, que si la pesantez ó gravedad dejase de obrar en él, andaria el duplo de 15,098 pies, ó 30,196 pies; luego tendremos $g=30,196$ pies franceses, que equivalen á 35,20319 pies españoles: de manera que donde en las fórmulas de los libros se encuentre g, se supone que su valor es 35,20319 pies españoles, ó solo 35,2 para retenerlo mejor en la memoria; pero repito que este valor es en París. En Madrid el valor de g está espresado por 35,1739, y en Cádiz por 35,1607 pies españoles.

48 Hemos tenido cuidado de espresar que este valor de g es en París, y de poner el que debe tener en Madrid y en Cádiz, porque la gravedad es diversa en cada punto de la superficie de la tierra, siendo la menor en el equador y la mayor en los polos. El aumento de grave-

dad del equador á los polos sigue la ley de los quadrados de los senos de las latitudes. Con el fin de no contribuir por mi parte á aumentar el sin número de errores que se cometen diariamente por no espresar los escritores ó traductores que los resultados los espresan en medidas francesas, seré algo molesto en esta obrita, espresando á cada paso la clase de medida á que me refiero; y para que los lectores tengan los datos que puedan necesitar, voi á poner aquí una tabla en que esté contenida la longitud de los grados del meridiano, la distancia de un paralelo al equador, la longitud del péndulo simple que oscila los segundos en cada paralelo, y la fuerza de la gravedad: los tres primeros artículos estan sacados de las dos tablas que presenta D. Jorge Juan en las págs. 346 y 347 de sus observaciones astronómicas, sin mas diferencia que haber reducido las dimensiones francesas que pone este sabio á las españolas en virtud de la relacion que hemos manifestado, que tienen en el (§ 152) de mi primer tomo de Matemáticas. La fuerza de la gravedad, no la pone D. Jorge Juan, y yo la he calculado, teniendo presente que la fuerza de la gravedad sigue la misma razon que la longitud de los péndulos que oscilan los segundos, como veremos en adelante (§ 111); y valiéndome del conocimiento de que en París, donde la longitud del péndulo simple es (I § 152) 440,5593 líneas francesas, y la fuerza de la gravedad 30,196 pies franceses.

Debemos advertir aquí que esta longitud del péndulo es oscilando en el ayre libre; mas por si acaso á alguno le es interesante, diremos que la longitud del péndulo simple que oscilase los segundos en el vacío á la latitud de París es de 440,57 líneas francesas ó 513,626 líneas españolas.

En la tabla siguiente representa G. el número de grados; V. el valor de cada grado del meridiano espresado en varas españolas; D. la distancia de cada paralelo al equador; L. la longitud del péndulo simple que oscila los segundos, espresada en líneas españolas; y F. la fuerza de la gravedad á cada grado de latitud, espresada en pies españoles.

TABLA que contiene la longitud de cada grado del meridiano, la distancia de cada paralelo al equador, la longitud del péndulo simple que oscila los segundos secsagesimales, y la fuerza de la gravedad en cada paralelo.

G.	*V.*	*D.*	*L.*	*F.*
0			512,088	35,0981
1°	132437	132437	512,088	35,0981
2°	132438	264875	512,091	35,0984
3°	132439	397314	512,095	35,0986
4°	132442	529756	512,101	35,0990
5°	132444	662200	512,106	35,0994
6	132449	794649	512,116	35,1001
7	132456	927105	512,125	35,1007
8	132461	1059566	512,137	35,1015
9	132468	1192034	512,149	35,1024
10	132477	1324511	512,164	35,1033
11	132486	1456997	512,179	35,1044
12	132496	1589493	512,196	35,1056
13	132507	1722000	512,215	35,1069
14	132519	1854519	512,235	35,1082
15	132531	1987050	512,257	35,1097
16	132545	2119595	512,279	35,1112
17	132556	2252151	512,304	35,1129
18	132573	2384724	512,328	35,1146
19	132587	2517311	512,355	35,1164
20	132603	2649914	512,383	35,1183

G.	V.	D.	L.	F.
21	132619	2782533	512,411	35,1202
22	132638	2915171	512,441	35,1224
23	132656	3047827	512,473	35,1245
24	132675	3180502	512,504	35,1267
25	132694	3313196	512,538	35,1290
26	132715	3445911	512,572	35,1313
27	132736	3578647	512,607	35,1337
28	132759	3711406	512,643	35,1362
29	132778	3844184	512,680	35,1387
30	132799	3976983	512,717	35,1413
31	132822	4109805	512,756	35,1439
32	132845	4242650	512,794	35,1466
33	132869	4375519	512,834	35,1493
34	132892	4508411	512,875	35,1521
35	132918	4641329	512,915	35,1549
36	132941	4774270	512,957	35,1577
37	132967	4907237	512,999	35,1606
38	132992	5040229	513,043	35,1636
39	133018	5173247	513,085	35,1665
40	133044	5306291	513,128	35,1694
41	133069	5439360	513,172	35,1724
42	133095	5572455	513,215	35,1754
43	133121	5705576	513,258	35,1784
44	133146	5838722	513,303	35,1814
45	133172	5971894	513,347	35,1844

G.	V.	D.	L.	F.
46	133199	6105093	513,390	35,1874
47	133225	6238318	513,428	35,1900
48	133251	6371569	513,479	35,1935
49	133277	6504846	513,522	35,1964
50	133302	6638148	513,565	35,1994
51	133328	6771476	513,608	35,2023
52	133354	6904830	513,651	35,2053
53	133379	7038209	513,693	35,2098
54	133405	7171614	513,735	35,2110
55	133431	7305045	513,777	35,2139
56	133454	7438499	513,818	35,2167
57	133479	7571978	513,858	35,2195
58	133505	7705483	513,898	35,2222
59	133526	7839009	513,938	35,2249
60	133549	7972558	513,976	35,2276
61	133573	8106131	514,014	35,2301
62	133594	8239725	514,052	35,2327
63	133615	8373340	514,087	35,2352
64	133636	8506976	514,122	35,2376
65	133657	8640633	514,157	35,2400
66	133678	8774311	514,190	35,2422
67	133696	8908007	514,221	35,2444
68	133715	9041722	514,252	35,2464
69	133734	9175456	514,282	35,2485
70	133752	9309208	514,311	35,2505

G.	V.	D.	L.	F.
71	133769	9442977	514,339	35,2524
72	133785	9576762	514,365	35,2542
73	133799	9710564	514,390	35,2559
74	133815	9844379	514,415	35,2576
75	133829	9978208	514,437	35,2591
76	133841	10112049	514,458	35,2606
77	133854	10245903	514,478	35,2624
78	133864	10379767	514,496	35,2632
79	133877	10513644	514,514	35,2644
80	133885	10647529	514,530	35,2655
81	133895	10781424	514,544	35,2665
82	133903	10915327	514,557	35,2674
83	133911	11049238	514,569	35,2682
84	133916	11183154	514,578	35,2688
85	133923	11317077	514,586	35.2694
86	133926	11451003	514,592	35,2698
87	133929	11584932	514,599	35,2702
88	133932	11718864	514,602	35,2705
89	133934	11852798	514,605	35,2706
90	133937	11986735	514,606	35,2707

49 Por esta tabla se ve los grandes errores que se cometerian, si se quisiesen hacer aplicaciones por egemplo en Mégico, cuya latitud es 19° 26′ por el supuesto de nuestros libros de ser 30,2 pies el valor de g sin espresar que clase de pies son; pues si en alguna aplicacion se supusiese que eran 30,2 pies franceses, resultaba un error de mas de ocho centésimas de aumento; y si se tomasen por españoles, de mas de quatro pies y nueve décimas; y qualquiera de estos errores es capaz de producirlos considerabilísimos en las aplicaciones que pueden ocurrir.

50 Si en la equacion $e=\frac{1}{2}gt^2$, en vez de t substituimos su valor $\frac{v}{g}$ sacado de la $v=gt$, nos resultará tambien $e=\frac{1}{2}g\times\frac{v^2}{g^2}=\frac{v^2}{2g}$, la qual da $v^2=2ge$, ó $v=\sqrt{2ge}$.

51 Estas equaciones son de un uso muy frecuente; y en la práctica se usa de ciertas espresiones abreviadas que conviene dar á conocer. Se llama *velocidad debida á una altura*, la velocidad que un cuerpo adquiere despues de haber caido de dicha altura, haciendo abstraccion de toda resistencia; y *altura debida á una velocidad*, quiere decir que es la altura de que deberá caer un cuerpo para adquirir aquella velocidad.

52 Como el uso de estas fórmulas es muy interesante, haremos aquí algunas aplicaciones,

suponiéndonos en Cádiz donde la fuerza de la gravedad es 35,1607 pies españoles, ó tomando solo dos guarismos decimales 35,16, de donde $\frac{1}{2}g=17,5804$ pies españoles ó para mayor sencillez, solo 17,58.

53 Si se nos pidiese quanto tiempo tardaria un cuerpo en caer de 600 pies; haciendo $e=600$ en la equacion $e=\frac{1}{2}gt^2$, tendríamos $t^2=\frac{600}{17,58}$,

lo que da $t=\sqrt{\frac{600}{17,58}}=5,84$ segundos.

54 Si en este mismo supuesto y parage, quisiésemos averiguar qual era su velocidad al fin de su caida, la equacion $v=gt$ nos daria $v=35,16\times5,84=205,3$ pies españoles. Tambien hubiéramos podido sacar v de la equacion $v=\sqrt{2ge}=\sqrt{70,32\times600}=205,3$.

55 Si se supone que un cuerpo tarda ocho segundos en llegar al fondo de un precipicio ó pozo, y se quiere averiguar su profundidad, la equacion $e=\frac{1}{2}gt^2$ dará $e=17,58\times64=1125$ pies.

56 Si se quisiera averiguar de qué altura deberia caer un cuerpo para adquirir una velocidad de 1200 pies por segundo, la equacion $e=\frac{v^2}{2g}$ nos daria $e=\frac{1440000}{70,32152}=20477$ pies.

57 Si se arrojase un cuerpo de abajo arriba en direccion vertical, y quisiésemos saber á que altura habia llegado, no tendríamos mas que ob-

servar quanto tiempo gastaba desde que principió á subir hasta que acabó de bajar: supongamos que tardó 18″, y tendremos que 9″ tardaria ascendiendo y los otros 9″ bajando: luego la equacion $e=\frac{1}{2}gt^2$ nos dará en este caso
$e=17,58\times81=1423,98$ pies.

58 Finalizaremos este punto manifestando que los cuerpos al caer se separan algo de la vertical ácia el oriente. Mr. Guillelmini ha sido el primero que ha llamado la atencion de los físicos sobre este punto: haciendo caer cuerpos de una altura de 280 pies españoles, halló un desvío ácia el éste ú oriente de la vertical, de 9,3 lineas españolas. Mr. Henremberg ha repetido estos esperimentos en Hamburgo y ha encontrado un desvío de 4,66 lineas españolas para una altura de 274 pies idm. Este desvío lo causa el movimiento diurno de la tierra de occidente á oriente. Laplace ha sometido estos fenómenos al cálculo, y sus resultados concuerdan con la esperiencia: los dos físicos citados habian encontrado tambien un pequeño desvío ácia el equador; pero la teoría prueba que no puede haber ninguno en este sentido en virtud del movimiento de la tierra. Todo es en el supuesto de que el cuerpo ántes de principiar á caer se hallase en reposo; pero si este cuerpo tiene en el espacio un movimiento qualquiera, al llegar al suelo va á parar ácia el oeste de la vertical; y quando se le da un movimiento de abajo arriba verticalmente, la cantidad de este desvío está espresada por

$$\frac{1}{6}ng\times t^3\times\text{sen.}\theta,$$

en la qual n representa el ángulo descrito por la rotacion de la tierra en un segundo, que espresado segun la division antigua y en partes del radio terrestre, tiene por valor despues de dividido por 6 el siguiente 0,000009529335; t representa el número de segundos que tarda en llegar al horizonte; g la fuerza de la gravedad ó el duplo del espacio que anda un cuerpo en el primer segundo de su caida, y θ espresa el complemento de la latitud: en virtud de esto la fórmula se nos convertirá en

$$0{,}000009529335 \times g t^3 \times \text{sen. } \theta.$$

Por último, advertiremos que la gravedad decrece á diferentes alturas en razon inversa de los quadrados de las distancias al centro de la tierra: de donde resulta que si llamamos r al radio medio de la tierra que es de 15231835,5 varas españolas segun las últimas medidas, a la altura de un parage sobre el nivel del mar, 1 la gravedad que en este parage corresponde al nivel del mar, que será el valor de la quinta columna de la tabla del § 48 segun la latitud, y g′ la gravedad que corresponde á la misma latitud y á la altura a sobre el nivel del mar, tendremos

$$1 : g' :: (r+a)^2 : r^2;$$

de donde resulta $g' = \dfrac{r^2}{(r+a)^2}$.

Por medio de esta equacion se ha calculado la siguiente

TABLA

del decremento de la gravedad á diferentes alturas sobre el nivel del mar: tomando por unidad la que se tiene en dicho nivel del mar, se tendrá que á

Varas	La grav. será	Varas	La grav. será
50	0,999993	1050	0,999862
100	87	1100	856
150	80	1150	849
200	74	1200	843
250	67	1250	836
300	61	1300	829
350	54	1350	823
400	48	1400	816
450	41	1450	810
500	34	1500	803
550	28	1550	797
600	21	1600	790
650	15	1650	784
700	08	1700	777
750	02	1750	770
800	0,999895	1800	764
850	888	1850	757
900	882	1900	751
950	875	1950	744
1000	869	2000	738

Varas	La grav. será	Varas	La grav. será
2050	0,999731	2550	0,999665
2100	724	2600	659
2150	718	2650	652
2200	711	2700	646
2250	705	2750	639
2300	698	2800	633
2350	692	2850	626
2400	685	2900	620
2450	679	2950	613
2500	672	3000	606

Si por medio de esta tabla quisiéramos averiguar qual era la gravedad en el punto mas alto á que llegaban las granadas que arrojaban los Franceses en Cádiz, observaremos que dicho punto estaba sobre el nivel del mar 2044 varas; por lo qual tomaremos el valor correspondiente á 2050 varas en la tabla, que es 0,999731; y como la fuerza de la gravedad en Cádiz al nivel del mar la tenemos calculada en el (§47) de 35,1607 pies españoles, resulta que multiplicando este valor por 0,999731 que da la tabla, se tendrá 35,15124 pies españoles, que es la fuerza de la gravedad á la espresada altura.

Del movimiento uniforme compuesto, y de la composicion y resolucion de las fuerzas.

59 Se llama *movimiento compuesto* el que recibe un cuerpo solicitado á un mismo tiempo por varias potencias: á cada una de las fuerzas que obran en el cuerpo, se le caracteriza con el nombre de *componente*, y á la fuerza única á que todas ellas equivalen, se llama *derivada* ó *resultante* como ya tambien hemos indicado (8). Desde luego se deduce que *si estas fuerzas obran en una misma direccion, el cuerpo se moverá del mismo modo que si solo estubiese solicitado por una que fuese igual á la suma*; y *si las fuerzas obran en un sentido directamente opuesto, el cuerpo se moverá del mismo modo que si solo estubiese solicitado por una fuerza que equivaliese á la diferencia entre la suma de todas las que obran en una direccion, y la suma de las que obran en direccion opuesta.*

60 Supongamos ahora que dos fuerzas *P* y Q (fig. 7) que forman entre sí un ángulo qualquiera PAQ, obren á un mismo tiempo sobre el punto ó cuerpo *A*. Si suponemos que cada una sea capaz de producir separadamente en la unidad de tiempo un efecto espresado, el de *P* por AB, y el de Q por AC; entónces resulta que *estas dos fuerzas equivalen á una espresada en magnitud y direccion por la diagonal AD del paralelogramo ABDC: y que el cuerpo tardará tanto tiem-*

po en andar esta diagonal, como gastaria en andar separadamente cada lado.

Esta proposicion es el fundamento de toda la Mecánica; y por lo mismo, aunque nuestro objeto no es el demostrar todo lo que digamos, harémos patente su verdad por el siguiente raciocinio. Puesto que el cuerpo ha de obedecer á los dos impulsos á un tiempo, resultará que para cumplir con la condicion que esige la fuerza *P*, se deberá separar de la línea AC una magnitud espresada por AB; luego al fin de la unidad de tiempo se hallará en algun punto de la línea BD paralela á AC y equidistante de ella la magnitud AB. Por la misma razon, el cuerpo obedeciendo á la fuerza *Q*, se deberá hallar en algun punto de la CD, paralela á AB; y debiéndose hallar á un mismo tiempo en la BD y en la CD, resulta que se hallará en D, ángulo opuesto al en A del paralelogramo ABDC.

Del mismo modo demostraremos que *á la mitad de la unidad de tiempo, el cuerpo deberia hallarse en G mitad de la diagonal* AD, y así sucesivamente; luego el camino que habrá andado el cuerpo estará representado en direccion y en magnitud por la diagonal AD.

61 Ahora, como en los triángulos rectilíneos, los *senos de los ángulos son como sus lados opuestos*, el triángulo CAD nos dará
CD: CA: AD:: sen. CAD : sen. CDA: sen. ACD; pero ADC=DAB por alternos internos, y siendo ACD el suplemento de CAB, tendrán un

mismo seno; luego si en vez de las líneas CD, CA, AD, ponemos las fuerzas P, Q y R, que representan, y en vez de sen. CDA y sen. ACD, sus valores sen. DAB, sen. CAB, tendremos

P:Q:R:: sen. CAD : sen. DAB : sen. CAB.

Esta espresion nos manifiesta que *una qualquiera de las fuerzas ó potencias componentes y su derivada está en la razon del seno del ángulo que forman las direcciones de las otras dos.*

62 Quando son mas de dos las fuerzas con diferentes direcciones, tambien se pueden reducir á una sola que produzca el mismo efecto que todas ellas: *y si las componentes se hallan en un mismo plano, tambien se hallará en el mismo plano la resultante ó derivada.* Pero antes de manifestar cómo se egecuta esto, debemos advertir que *quando una fuerza qualquiera obra en un cuerpo, ya sea para impelerle, ya para tirar de él, se puede suponer aplicado su impulso á un punto qualquiera de su direccion.*

63 Entendido esto, supongamos que se tengan quatro fuerzas P,Q,R,S, representadas en direcciones y magnitudes por OP, TQ, RX y SZ, (fig. 8) y que *se quiera hallar una fuerza única que cause en el cuerpo el mismo efecto que todas ellas juntas.*

Para esto, se prolongarán PO y QT, hasta que se encuentren en A; en AP y AQ, se tomarán desde A las AD y AE iguales con PO, QT; por D y E se acabará el paralelogramo ADIE, y se tendrá que la AI será la resultante de P y Q juntas

Prolónguense RX y AI hasta que se encuentren en B; y tómense BM = AI, BF = RX; concluyase el paralelogramo BMGF, y se tendrá que su diagonal BG será la resultante de las RX y AI, ó de las tres *P*,*Q*,*R*.

Prolónguese la SZ hasta que encuentre á la BG en C; tómese CK=BG, y CH=SZ; conclúyase el paralelogramo CKNH, y se tendrá que su diagonal CN será la resultante de BG y e SZ; ó como BG es la resultante de *P*, *Q* y *R*, será CN la resultante de *P*,*Q*,*R* y *S*. Del mismo modo se procederá si hubiese mas fuerzas componentes.

64 Asímismo, dada una fuerza CN, la podemos descomponer en tantas como deseemos: en efecto, construyendo un paralelogramo CHNK del que CN sea la diagonal, se tendrá que en vez de la fuerza CN, podremos concebir que se tienen las CH y CK; y como sobre la diagonal CN se pueden construir una infinidad de paralelogramos tales como el C*h*N*k*, &c. resulta que el problema de la descomposicion de las fuerzas es muy indeterminado; y como aun cada una de estas como CH, CK, las podemos descomponer en otras, y así sucesivamente, resulta *que dada una fuerza qualquiera se puede descomponer en otra infinidad de ellas*, *cuyas direcciones sean las que se quieran*, *y aun el que se hallen en tantos planos como se desee.*

Los problemas de la composicion de las fuerzas y su opuesto el de la descomposicion, son

los dos grandes recursos de que se vale la Mecánica para todas sus investigaciones ; en términos que se puede decir que toda esta importante ciencia se reduce á hacer diversas aplicaciones de estos dos interesantísimos principios.

De los momentos y sus usos para la composicion y resolucion de las fuerzas.

65 Se llama *momento* de una fuerza ó potencia al producto de la magnitud de dicha fuerza ó potencia por la distancia de su direccion á un punto fijo arbitrario que se llama *orígen* de los momentos. De manera que si en ABDC (fig. 9) elegimos el punto K para orígen de los momentos, y se tiran las KN,KH,KG, perpendiculares á las fuerzas P, Q y á la resultante R, se tendrá que KN×AC será el momento de la fuerza P; KH×AB será el de Q ; y el de la derivada R será KG×AD ; y *siempre que el punto de orígen* K *no esté ni dentro del ángulo CAB, ni de su opuesto QAP, se verifica que el momento de la resultante es igual á la suma de los momentos de las componentes* ; es decir que se tiene

$$KG \times AD = KN \times AC + KH \times AB;$$

y al contrario, si el punto K estubiese dentro de dicho ángulo BAC ó de su opuesto, el momento de la resultante seria igual á la diferencia de los momentos de las componentes.

66 En algunas ocasiones se puede hallar la resultante de muchas fuerzas con mas sencillez

por medio de los momentos, que por la composicion de las fuerzas, y por esta causa son tambien de una grandísima utilidad: y siempre se verifica *qualquiera que sea el número y direccion de las componentes, con tal que se hallen en un mismo plano, que el momento de la resultante respecto de un punto que se halla en el mismo plano es igual á la suma de los momentos de las fuerzas componentes que intentan hacer girar á todo el sistema ácia una direccion al rededor de dicho punto, menos la suma de los momentos de las que intentan hacerle girar ácia una direccion contraria.*

De los centros de gravedad.

67 Se da el nombre de *centro de gravedad* de un cuerpo á un punto situado en su interior, de modo que todo plano que pasa por él divide al cuerpo en dos segmentos que se hacen equilibrio, esto es, que el uno no puede moverse sin hacer mover al otro.

68 De aqui se sigue que si se impide el descenso del centro de gravedad, permanecerá en reposo; y que la gravedad total de un cuerpo se puede considerar reunida en su centro de gravedad. Las rectas que pasan por este, se llaman *diámetros de gravedad*; de manera que la interseccion de dos diámetros de gravedad, determina su *centro*. Todo plano que pasa por el centro de gravedad, ó lo que es lo mismo, todo

plano en que se halla el centro de gravedad, se llama *plano de gravedad*; y así la interseccion de dos planos de gravedad es un diámetro de gravedad.

69 Se llama *centro de gravedad* de un conjunto ó sistema de cuerpos, al punto por donde pasa la derivada de las fuerzas particulares que comunicaria la gravedad á cada parte de dicho sistema en qualquier situacion que se le coloque. La determinacion de este punto, ya sea en un cuerpo solo, ya en un conjunto de ellos, es de suma importancia; porque con tal que dicho punto se halle sostenido, lo está todo el cuerpo ó sistema. Al centro de gravedad se le suele llamar tambien *centro de inercia*.

70 Hay un método práctico para determinar el centro de gravedad de un cuerpo; el qual se reduce á colocarle en la arista de un prisma, de modo que permanezca en equilibrio; en cuyo caso se tendrá seguridad de que el centro de gravedad se halla en la línea del cuerpo que descansa sobre la arista; se coloca despues el cuerpo en otra posicion qualquiera, de modo que se consiga poner en equilibrio, en cuyo caso se tendrá tambien seguridad de que dicho centro de gravedad se halla en la línea que descansa sobre dicha arista; luego deberá hallarse en el parage en que dichas líneas se cortan.

Por egemplo, si el triángulo ABC (figª 10) le colocamos sobre la arista MN del prisma MKHONL, de modo que se sostenga en equi-

librio como si fuese una balanza, tendremos que el centro de gravedad se hallará en la línea AE; y si colocado el mismo triángulo sobre la arista MN, se mantiene en equilibrio quando la BF se halla sobre dicha arista, tendremos que el centro de gravedad se deberá hallar tambien en dicha línea: luego deberá ser el punto G en que se cortan las dos líneas AE y BF.

71 Hay otro método práctico de hallar el centro de gravedad, el qual consiste en suspender el cuerpo por medio de un hilo ó cuerda, y quando se haya puesto en equilibrio, se tendrá seguridad de que dicho centro de gravedad se halla en la direccion de la vertical que pasa por el punto de suspension; despues se suspende en otra posicion qualquiera, y se verificará que tambien se hallará dicho centro en la vertical que pasa por dicho segundo punto de suspension, con lo qual tendremos que la interseccion de estas direcciones será el centro de gravedad que buscamos. Por egemplo, si suspendido el triángulo de B, la direccion de la vertical es BF, el centro de gravedad se hallará en esta línea; y si suspendido de A, la direccion de la vertical está representada por AE, tambien se hallará en esta línea el espresado centro; luego estará en G, punto donde se encuentran las dos direcciones.

72 Bien sea por este medio, ó haciendo uso de los momentos, que es un método muy general y ecsacto, se demuestra *que el centro de gra-*

vedad de una línea recta, se halla en el medio de dicha línea.

73 El centro de gravedad de un triángulo *se halla en la línea que desde el vértice de uno de sus ángulos divide al lado opuesto en dos partes iguales, y dista de este lado un tercio de dicha línea, y del vértice dos tercios*: es decir, que el centro de gravedad G del triángulo ABC, se halla en la línea AE que divide al lado BC en dos partes iguales, y la parte GE es igual á la tercera parte de AE, siendo GA las otras dos terceras partes de la misma AE.

El centro de gravedad de un paralelogramo *se halla en el punto donde se encuentran las diagonales.*

74 El centro de gravedad de un prisma *se halla en medio de la línea que une los centros de gravedad de sus dos bases.*

75 El centro de gravedad de una pirámide *se halla en la recta que une el centro de gravedad de la base con el cúspide, á los tres quartos de su longitud, partiendo desde el vértice.*

76 *El centro de gravedad de una esfera, si es homogénea como son las balas, se halla en el centro del volúmen.*

77 La teoría de los centros de gravedad suministra un método que se llama *centro bárico* ó *regla de Guldin* (porque este sabio fué su inventor), para hallar la superficie ó volúmen que engendra una curva qualquiera quando se conoce su equacion, y el centro de gravedad de la

línea ó area generatriz. La regla de Guldin respecto de las superficies, se reduce á que *la superficie de revolucion engendrada por una curva dada al rededor de un ege, es igual al producto de la longitud del arco generador por la circunferencia descrita por su centro de gravedad*; y respecto de los volúmenes, á que *el volúmen de un cuerpo engendrado por la revolucion de una curva al rededor de un ege, es igual al producto de la superficie generatriz por la circunferencia que describe su centro de gravedad.*

Por medio de estas dos reglas se halla con mucha facilidad la superficie y volúmen de una multitud de sólidos raros, que acaso se resistirian á los demas métodos que hay para medir la estension.

78 Para determinar el centro comun de gravedad de dos cuerpos, supondremos que sean los *A* y *B* (figª 11); y tendremos que uniendo sus dos centros de gravedad por medio de la línea BA, y dividiéndola de modo que se tenga

$$A+B:A::BA:BC,$$

el punto C será el centro de gravedad comun de dichos cuerpos.

79 Si fuesen mas de dos los cuerpos cuyo centro comun de gravedad quisiéramos buscar; por egemplo los quatro *A*, *B*, *C*, *D*, (figª 12); hallaríamos primero el centro de gravedad de dos de ellos *A* y *B*, por el método que acabamos de determinar, que supondremos está en M. Despues uniremos el punto M con el centro de otro cuer-

po por egemplo C; y considerando en M un cuerpo de un peso igual á $A+B$, dividirémos la MC de modo que se tenga

$$M+C=A+B+C:C::\mathrm{MC}:\mathrm{MN},$$

y el punto N será el centro comun de gravedad de los tres cuerpos A, B, C. Despues consideraremos en N un cuerpo de un peso igual con $A+B+C$, uniremos N con D y dividiremos la ND, de modo que

$$N+D=A+B+C+D:D::\mathrm{DN}:\mathrm{NQ},$$

y se tendrá que el punto Q será el centro de gravedad de los quatro cuerpos espresados. Lo mismo se procederia si hubiese mas.

80 De este método podemos usar para hallar el centro de gravedad del contorno ó de la superficie de un polígono qualquiera irregular. En efecto, si se nos pidiese hallar el centro de gravedad del contorno del polígono ABCDE (figª 13), dividiremos cada lado en dos partes iguales en M, N, O, P, Q, cuyos puntos serán los centros de gravedad de los lados; y considerando estos puntos como cuerpos cuyos pesos tengan la misma relacion que los lados AB, BC, CD, DE, EA, se hallará por el método anterior su centro comun de gravedad.

81 Para hallarle respecto de la superficie, dividiremos el polígono en triángulos de un modo qualquiera, como por egemplo en los ABE, EBD, DBC; hallaremos los centros de gravedad R,S,T, de estos triángulos por el método espuesto (73); y considerando en estos centros de

gravedad cuerpos cuyos pesos tengan entre sí la misma relacion que las superficies de los respectivos triángulos ABE, EBD, DBC, se hallará el centro de gravedad de todos ellos por el método general (79), y se tendrá el de la superficie del polígono.

Del movimiento de los cuerpos por planos inclinados.

82 Un cuerpo abandonado á sí mismo por una superficie plana KLHI (figª 14) inclinada al horizonte PIHN, no obedece con libertad á su pesantez. Parte del impulso que le comunica la gravedad se gasta en comprimir el plano, y la otra parte se gasta en hacer resbalar el cuerpo á lo largo del plano. Para determinar cada una de estas partes, supongamos que sea G el centro de gravedad de dicho cuerpo, y que GB represente el espacio que andaria cayendo en un instante si estuviese libre: y tendremos que si la GB se descompone en otras dos fuerzas GA, GC, la primera paralela al plano inclinado, y la segunda perpendicular al mismo plano, resultará que la GC será la que quede destruida por el plano; de manera que al cuerpo solo le quedará para moverse la fuerza GA paralela á dicho plano; y por consiguiente GA representará la velocidad que está para adquirir el cuerpo y adquirirá en el primer instante de su caida. Para mayor sencillez, solo se acostumbra poner en

estas figuras el perfil, como lo representa la (figª 15): de manera que podemos considerar que el cuerpo se mueve por la recta DE que es á lo que comunmente se llama *plano inclinado*, del qual FE representa la *base* ó el plano horizontal; y se llama *altura del plano inclinado* á la perpendicular DF, tirada desde el punto D de la DE á la base FE.

83 Ya que el cuerpo M ha de andar GA en el mismo tiempo que hubiera andado GB, en virtud del impulso libre de la pesantez, si concebimos que al fin del primer instante vuelve á impelerle la gravedad, como en instantes iguales comunica esta fuerza grados iguales de velocidad, si concebimos, respecto del segundo grado de velocidad que comunicará en la direccion de la vertical, una resolucion de fuerzas semejante á la que hemos hecho en el primer instante, se echará de ver que el segundo paralelogramo será de todo punto igual al primero, y estará en el mismo plano que él: y procediendo del mismo modo en los instantes siguientes, se llega á inferir que la velocidad á lo largo del plano inclinado crece por grados iguales, esto es, que el movimiento de los cuerpos por planos inclinados, es un movimiento uniformemente acelerado. Luego quanto hemos dicho (§ 26 y sig.s) relativo á los movimientos uniformemente acelerados, se aplica, sin quitar ni poner, al movimiento á lo largo de los planos inclinados: de manera, que *las velocidades son como los tiem-*

pos; los espacios totales andados son como los quadrados de los tiempos ó como los quadrados de las velocidades &c.

84 De todo esto se deduce que para poder determinar el movimiento sobre un plano de una inclinacion dada, basta conocer la razon que hay entre la fuerza que acelera y la fuerza de la gravedad: esto es, la razon que hay entre GA y GB; la qual se deduce de los triángulos semejantes AGB, FDE que dan DE:DF::GB:GA, la qual nos dice que *la longitud del plano inclinado es á su altura como la velocidad que la gravedad comunicaria al cuerpo si estuviese libre, es á la que le comunica efectivamente á lo largo del plano inclinado.* Luego si llamamos L la longitud del plano inclinado y *A* su altura, basta multiplicar las fórmulas del (§ 26 y sig.^s^) por $\frac{A}{L}$ para que espresen lo correspondiente al movimiento por planos inclinados.

85 Si suponemos ahora que un cuerpo baja por la vertical DF, y otro á lo largo de DE (fig.ª 16), y se quiere saber á que punto del plano DE ha llegado el primero, quando el segundo llega á un punto qualquiera A, *no hay mas que tirar desde A la AB perpendicular á DE, y el punto B será el que se busca.*

86 Si suponemos ahora que haya un tercer plano DG (fig.ª 17), y que un móvil hubiese andado por él saliendo del punto D, al mismo tiempo que los otros dos andan por DF, DE, ten-

dremos que *tirando desde el punto A las perpendiculares AB, AC, los puntos A, B, C, serán los puntos donde estos tres móviles llegan al mismo tiempo.*

87 Si sobre DA como diámetro se describe una semicircunferencia, pasará por los puntos C y B; pues que los ángulos ABD, ACD son rectos; lo que manifiesta que *el tiempo de la caida por una cuerda qualquiera de un círculo, tirada desde el estremo del diámetro vertical, es el mismo que el tiempo de la caida por el mismo diámetro vertical.*

88 Tambien se verifica que *los tiempos que gastan dos cuerpos en andar los planos DE, DG, de igual altura, son como las longitudes de estos planos*; es decir, que el tiempo que emplease un cuerpo èn andar DE, es al tiempo que gastaria en andar DG, como la longitud DE es á la longitud DG.

89 Igualmente se verifica que *si muchos cuerpos andan planos de diferente inclinacion, pero de una misma altura, tendrán la misma velocidad despues de haber andado partes de igual altura cada uno en su plano.*

De la comunicacion del movimiento y choque de los cuerpos.

90 Quando un cuerpo que se mueve encuentra á otro, se dice que le *choca*; y como los cuerpos son impenetrables, esto es, no pueden dos cuerpos hallarse á un mismo tiempo en un

mismo lugar, el primero hace impeler al otro con que tropieza; luego es preciso que el cuerpo chocante pierda parte de su movimiento y le comunique al cuerpo chocado.

91 Para manifestar las circunstancias del choque de los cuerpos, es necesario que demos antes alguna idea de los cuerpos que se caracterizan con el nombre de *duros ó blandos*. Seria un cuerpo *perfectamente duro* quando fuese de una naturaleza tal que no se pudiese doblar ni aplanar quando se le comprimiese; pero como no hay cuerpo de esta especie en la naturaleza, deberemos decir que para averiguar entre los cuerpos quales son mas duros que los otros, hay un medio muy sencillo, de que se valen los mineralogistas, y consiste en intentar hacer una raya en el uno con el otro; y aquel que haga raya en el otro, será el mas duro; por egemplo, si pasamos el filo de un cuchillo por encima de una tabla, á poco que comprimamos el cuchillo, observaremos que hace una raya, lo que manifiesta que el cuchillo es mas duro que la tabla. Si el filo de un cuchillo le pasamos por un cristal, por mas que le comprimamos, no conseguiremos hacer que raye en el cristal, lo que da á entender que el cristal es mas duro que el cuchillo. Si despues pasásemos un diamante por encima de un cristal, observaríamos que le rayaba, lo que manifiesta que el diamante es mas duro que el cristal, y esta es la causa de que los vidrieros tengan un diamante para cortar los cristales.

92 La propiedad opuesta á la dureza se llama *blandura*; y así como no hay cuerpos perfectamente duros, tampoco los hay perfectamente blandos.

93 Quando al comprimir un cuerpo se aplana, y luego que cesa la causa que le comprime vuelve á recobrar su figura, se dice que el cuerpo es *elástico*; y que es *perfectamente elástico* quando ecsactamente vuelve á tomar la misma figura que tenia.

Las leyes del choque de los cuerpos elásticos se deducen de las que corresponden al choque de los cuerpos duros, que es del que nos vamos á ocupar ahora.

94 El choque puede ser de dos modos, ó *directo* ó *indirecto*; es directo quando la direccion de ambos cuerpos se halla sobre una misma línea; y es indirecto, quando las direcciones son diferentes.

Supongamos que *A* y *B* (figª 18) sean dos cuerpos que se mueven ácia D, yendo *B* delante; si *A* lleva mas velocidad que *B*, al cabo de cierto tiempo le alcanzará y le empujará hasta que ambos adquieran una misma velocidad: en cuyo caso cesará la accion de *A* sobre *B*, y los dos proseguirán juntos con una misma velocidad, del mismo modo que sino formasen mas que una sola y misma masa.

95 La cantidad de movimiento que pierde el cuerpo *A* al impeler al cuerpo *B*, es igual á la cantidad de movimiento que adquiere este últi-

mo. Si llamamos V la velocidad de A antes del choque, v la velocidad de B tambien antes del choque, y x la velocidad comun á ambos despues del choque, como *la cantidad de movimiento debe ser la misma antes y despues del choque, se tendrá* $x \times (A+B) = AV + Bv$;

de donde resulta $x = \dfrac{AV+Bv}{A+B}$;

esto es, *que la velocidad con que se mueven despues del choque es igual á la suma de las cantidades de movimiento antes del choque, dividida por la suma de las masas.*

96 La velocidad que pierde el cuerpo A está representada por $V - x = \dfrac{B(V-v)}{A+B}$,

esto es, *es igual al producto de la masa del cuerpo B por la diferencia de las velocidades antes del choque, dividido por la suma de las masas A y B*; y la que gana el cuerpo B, es

$$x - v = \frac{A(V-v)}{A+B},$$

que espresa ser *igual al producto de la masa del cuerpo A por la diferencia de las velocidades antes del choque, dividido por la suma de las masas de A y B.*

97 Si el cuerpo B estuviese en reposo, seria $v=0$, y tendríamos $x = \dfrac{AV}{A+B}$,

que nos dice *que la velocidad despues del choque*

se halla dividiendo la cantidad de movimiento del cuerpo chocante por la suma de las masas de ambos.

98 Supongamos ahora que los dos cuerpos caminan al encuentro el uno del otro; en este caso, el que tenga mayor cantidad de movimiento, que será el que llamaremos *cuerpo chocante*, hace retroceder al otro; y despues del choque caminarán juntos con igual velocidad, del mismo modo que sino fuese mas que una sola y misma masa.

Supongamos que A sea el cuerpo chocante, V su velocidad, B el chocado, v su velocidad, y x la de ambos despues del choque, y tendremos que $V-x$ será la velocidad que habrá perdido el cuerpo A, y $v+x$ la ganada por el cuerpo B, puesto que ha destruido la v que llevaba ácia E, y ademas ha adquirido la x, en el sentido inverso: y en este caso se verifica que como la cantidad de movimiento que resulte despues del choque, será la diferencia de la que tenian los cuerpos antes, se tendrá $x\times(A+B)=AV-Bv$,

de donde resulta $x=\dfrac{AV-Bv}{A+B}$,

esto es, *que la velocidad comun de los dos cuerpos despues del choque es igual á la diferencia de las cantidades de movimiento antes del choque, dividida por la suma de las masas de los cuerpos.*

99 La velocidad que pierde el cuerpo A está

representada por $V-x=\frac{B(V+v)}{A+B}$,

es decir, que *equivale á la masa del cuerpo B multiplicada por la suma de las velocidades, dividida por la suma de las masas*; y la velocidad que B gana lo está por $v+x=\frac{A(V+v)}{A+B}$,

es decir, que *equivale al cuerpo A multiplicado por la suma de las velocidades, dividido por la suma de las masas.*

Todo lo que hemos dicho hasta aqui acerca del choque de los cuerpos, es suponiéndolos perfectamente duros; de donde se deduce que los resultados en la práctica se acercarán á estos segun lo sean mas ó menos.

100 Quando los cuerpos son elásticos, se verifica que la fuerza con que el cuerpo chocante le da al cuerpo chocado, comprime sus resortes, y hace perder al cuerpo chocante la velocidad que acabamos de determinar; pero como el restituirse los resortes es una fuerza tambien contraria á la direccion primitiva del mismo cuerpo, se verifica que el cuerpo chocante *pierde una velocidad dupla de la que hubiera perdido sino hubiera hecho mas que chocar con el otro cuerpo, y no hubiera habido elasticidad ó resortes.* Y como el cuerpo chocado debe ganar cierta velocidad en la direccion del cuerpo chocante, y la restitucion de los resortes obra respecto de este cuerpo ácia la direccion primitiva del cuerpo

chocante, resulta que la *velocidad ganada por el cuerpo chocado, tambien es dupla de la que hubiera ganado sino hubiera habido resortes*. Luego no hay mas que duplicar los segundos miembros de las equaciones anteriores, y nos espresarán las circunstancias relativas al choque de los cuerpos elásticos.

101 La fuerza que pueden hacer los cuerpos que se chocan, se llama *percusion*; y por pequeña que sea esta fuerza se pueden conseguir con ella mayores esfuerzos en ciertas ocasiones que con la presion por grande que sea: en efecto, el que quiera clavar un clavo poniéndole encima un peso, no lo conseguirá por grande que fuese dicho peso; y sin embargo dándole con un martillo aunque pequeño y con poca fuerza, lo conseguirá muy fácilmente.

102 Respecto del choque indirecto ú obliquo de los cuerpos, se verifica que *si un cuerpo duro A* (*fig.* 19) *choca obliquamente á otro B tambien duro que está en reposo, la velocidad del cuerpo A tendrá con la velocidad del cuerpo B, despues del choque, la misma razon que el radio ó seno total con el coseno del ángulo BAD que forman una con otra las direcciones de las velocidades*: sobre lo que no nos detendremos.

103 Se ha llamado *fuerza viva* de un cuerpo al producto de la masa por el quadrado de la velocidad: esta denominacion debe su orígen á una discusion relativa al modo con que se debe valuar la fuerza de un cuerpo que va en movi-

miento: en el dia ya todos los geómetras estan acordes y convencidos de que era una disputa de palabras. En el *choque de los cuerpos elásticos* la fuerza *viva es la misma antes y despues del choque*; y tambien se verifica que *las velocidades relativas antes y despues del choque son iguales y se dirigen en sentidos contrarios*; ó lo que viene á ser lo mismo, *en instantes iguales tomados antes y despues del choque, los móviles estan á igual distancia unos de otros.*

104 Igualmente se verifica que si *un cuerpo elástico choca contra un obstáculo, es rechazado por este de modo que el ángulo de reflecsion sea igual con el de incidencia*; es decir, que si el cuerpo elástico A (fig. 20) va á chocar contra el obstáculo MN en la direccion AC, que forma con el obstáculo MN, el ángulo ACM, será rechazado, formando el ángulo de reflecsion BCN = al de incidencia ACM..

Del movimiento de oscilaciou y de los péndulos.

105 Se llama en general *péndulo* á un hilo ó varilla que tiene uno ó muchos cuerpos colgados ó atados á un punto fijo C (fig. 21). Quando del hilo ó varilla cuelga solo un cuerpo, se llama péndulo *simple*; y quando dos ó mas, *compuesto*. Aqui solo trataremos del simple.

106 Si el cuerpo B que está al estremo de la varilla ó hilo CB cuyo otro estremo C está fijo, se le separa de la vertical hasta haber llega-

do á A por egemplo, en virtud de la gravedad vuelve á bajar, y quando se halla en B ha adquirido una velocidad con la qual vuelve á subir hasta igual altura A′: despues vuelve á bajar; y á este movimiento se le llama *movimiento de oscilacion*; el tiempo que gasta en ir desde A hasta A′, se llama *oscilacion entera*; y el que tarda en ir desde A hasta B solo *media oscilacion.*

107 Lo mas importante que hay que saber en la teoría de los péndulos, es el modo de determinar el tiempo que gasta en hacer una parte qualquiera de su oscilacion. Esto se consigue por medio de una integral cuyo resultado pondremos aqui. Para esto espresaremos por π la semicircunferencia cuyo diámetro es 1, esto es, $\frac{1}{2}\times3,14159$&c; por L la longitud del péndulo simple; por g la fuerza de la gravedad, esto es, 35,16026 pies españoles en Cádiz (§ 47) ó el valor que le corresponde por nuestra tabla (§ 48) segun la latitud del parage; por v el seno verso del ángulo ACB de la semioscilacion, y por T el tiempo de esta semioscilacion: con lo qual tendremos

$$T=\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\times\left(1+\tfrac{1}{8}\times\frac{v}{L}+\frac{9}{256}\times\frac{v^2}{L^2}+\&c.\right)$$

108 Si suponemos que el arco BA sea sumamente pequeño, el seno verso v será muy pequeño con relacion á la longitud L del péndulo; y por lo mismo podremos despreciar los térmi-

nos que siguen al primero : en cuyo caso se tiene $T=\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ para el de la semioscilacion ;

y $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ para el de la oscilacion entera.

Si en esta equacion despejamos la L se tendrá $L=\frac{T^2}{4\pi^2}\times g$.

109 Quando los arcos son muy pequeños aunque no sean de todo punto iguales, las oscilaciones son de igual duracion, en cuyo caso se llaman *isócronas* ; pero quando el arco de la semioscilacion tiene ya una magnitud sensible, entónces el tiempo de la oscilacion crece con la magnitud del arco ó del ángulo ; y comparándole con el tiempo de una oscilacion muy pequeña como la de unos quantos segundos que se tome por unidad , el aumento del tiempo de la oscilacion será

Si ACB $=2\frac{1}{2}$ grados. 0,00003
$=5$ grados. 0,00012
$=10$ grados. . . . 0,00190
$=15$ grados. 0,00426
$=30$ grados. . . . 0,01675

110 Tambien se puede conseguir que las oscilaciones de los péndulos sean *isócronas* , aun

quando los arcos sean grandes; para esto se ponen en el punto de suspension dos chapitas CF, CG, que tengan la forma de arcos de cicloide para que el hilo se aplique á ellas en la oscilacion: en cuyo caso el arco ABA′ es otro arco de cicloide, y se demuestra que las oscilaciones en esta curva sean grandes ó pequeñas siempre son de igual duracion.

111 Hasta aqui hemos supuesto que la pesantez era la misma, però la esperiencia prueba que muda pasando de un lugar á otro. Sean L' y L'' las longitudes del péndulo de segundos determinadas en dos lugares diferentes, señalemos por g', g'', las gravedades, y poniendo en vez de t un segundo, se tendrá

$$L' = \frac{(1'')^2}{4\pi^2} \times g', \text{ y } L'' = \frac{(1'')^2}{4\pi^2} \times g'',$$

cuyas equaciones dan

$$L' : L'' :: \frac{(1'')^2}{4\pi^2} g' : \frac{(1'')^2}{4\pi^2} g'' :: g' : g''.$$

Es decir, *que las longitudes del péndulo de segundos son proporcionales á las pesanteces de los lugares*. Por medio de esta relacion se puede determinar por las observaciones del péndulo las variaciones de la gravedad sobre la superficie de la tierra: así es como lo hemos egecutado para calcular la tabla del (§48.)

Ahora, como en un mismo parage la gravedad es siempre la misma, se verifica que las duraciones de las oscilaciones son como las raices

quadradas de las longitudes de los péndulos.

112 Tambien se verifica la propiedad de que *los números de vibraciones que hacen en un mismo tiempo los péndulos de diferente longitud, solicitados de diversas gravedades, estan en razon inversa de las raices quadradas de las longitudes de los péndulos divididas por las raices quadradas de las gravedades*: y si los péndulos se hallan en un mismo parage, *los números de oscilaciones en un tiempo dado, estan en razon inversa de las raices quadradas de las longitudes de los péndulos; ó las longitudes de los péndulos estan en razon inversa de los quadrados de los números de oscilaciones.*

113 Terminaremos este punto poniendo aqui la espresion general de la longitud del péndulo simple que oscila los segundos en un parage qualquiera; la qual está representada por

$$\overset{\text{metros}}{0{,}739502} + \overset{\text{metros}}{0{,}004208}\,(\text{seno latitud})^2$$

para la nueva division del tiempo, en que el segundo decimal está contenido 100000 veces en el dia medio.

Y por $\overset{\text{metros}}{0{,}9906309} + \overset{\text{metros}}{0{,}005637}\,(\text{seno latitud})^2$ para la antigua division secsagesimal, en que el segundo está contenido 86400 veces en dicho dia medio.

Si queremos reducir estas espresiones á pies españoles, las multiplicaremos por 3,5889216

pies españoles que tiene el metro (*), y nos resultará para la longitud del péndulo simple, cuya oscilacion dure un segundo decimal

pies españoles

2,654015+0,015102 (seno latitud)^2;

y para la longitud del que en cada oscilacion emplea el segundo secsagesimal ó de la antigua division, que es la que nosotros seguimos,

pies españoles

3,555297+0,020231 (seno latitud)^2.

Para manifestar el modo de hacer uso de esta fórmula, determinaremos la longitud del péndulo simple en Cádiz, cuya latitud es 36°31′41″; á cuyo fin se hallará el logaritmo de este seno que es 9,7746748.

Con su duplo que es, borrando la decena en la característica. 9,5493496
Sumaremos Log. 0,020231=... 8,3060174

Y hallaremos. . . . . 17,8553670, cuya suma corresponde al número 0,0071674; y sumando este con el primer término 3,555297 de la fórmula, hallaremos que la longitud del péndulo simple que oscila un segundo secsagesimal en Cádiz es 3,562462 pies españoles.

Este valor reducido á líneas españolas da 512,994528,
que difiere algo del que se hubiera hallado por

(*) (§ 163) *de mi tratado elemental de Matemáticas.*

la tabla del (§48) encontrando la parte proporcional á 31′41″; lo qual proviene de que esta fórmula es algo mas ecsacta que el cálculo de Don Jorge Juan, en atencion á que está sacada teniendo presente mayor número de observaciones que las que pudo tener nuestro ilustre sabio.

Para determinar ahora la gravedad en Cádiz no hay mas de formar esta proporcion: *Longitud de péndulo en Paris, es á longitud de péndulo en Cádiz, como la fuerza de la gravedad en Paris es á la fuerza de la gravedad en Cádiz.*

Y como long. de pénd. en Paris=513,614 lín. esp.
Longitud de péndulo en Cádiz=512,994528 id.
Fuerza de gravedad en Paris=35,20319 p.s esps.
resulta que la fuerza de gravedad en Cádiz es 35,1607 pies españoles.

Substituyendo en la fórmula el seno de 40° y 25′ que es la latitud de la plaza mayor de Madrid, y procediendo del mismo modo, se obtiene para la longitud del péndulo simple en dicha capital
3,563801 pies esp.s, ó 513,187344 lín.s esp.s
y para la fuerza de gravedad 35,1739 pies esp.s

Segun el método que hemos adoptado, deberíamos tratar aquí del movimiento de los proyectiles; pero como este punto le deberemos tratar con alguna mas estension, le dejaremos para ponerle al fin de esta obrita, á causa de que tendremos que hacer uso de algunas proposiciones que siguen.

ESTÁTICA.

Nociones generales acerca de las máquinas.

114 Se llama *Estática* la ciencia que trata del equilibrio de los cuerpos. Este equilibrio en un sistema qualquiera de fuerzas, se consigue fácilmente introduciendo una nueva fuerza que sea igual y directamente opuesta á la resultante del sistema; por lo que el asunto que con mas particularidad pertenece á la Estática, es la investigacion de los medios de conseguirle en las *máquinas*.

115 Se llaman en general *máquinas* á los medios que se emplean para aplicar los agentes que han de vencer cierta resistencia, ó á los medios que empleamos para comunicar, repartir, distribuir ó dar otra direccion al impulso de las fuerzas. Casi ningun tratado de las matemáticas ha sido susceptible de admitir mas paralogismos y charlatanería que el asunto de las *máquinas*. La idea vulgar que se tiene de la *Maquinaria* es que por medio de una máquina un hombre puede causar el efecto de ciento; y esto es un absurdo que conviene desde luego desvanecer. Es verdad que por medio de una máquina se puede conseguir que un hombre cause el mismo efecto que ciento por egemplo; pero tambien es cierto que en este caso tardará cien veces mas tiempo, y en cierto modo queda compensado.

No por esto queremos dar á entender que no sean de la mayor utilidad é importancia las máquinas; sino que queremos fijar este principio que no es bastante conocido, con el fin de que desde luego se conozcan los charlatanes que muchas veces logran sorprender á los poderosos, con lo qual desacreditan la ciencia que mas utilidades proporciona al género humano.

116 En efecto, aunque al hombre no le es dado aumentar sus fuerzas, no obstante su ingenio le ha proporcionado los medios de darles la direccion conveniente para ocurrir á las muchas necesidades de la vida; y si en una hora un hombre solo no puede causar el efecto de quatro, sin embargo tiene medios, con el ausilio de las máquinas, para hacerlo él solo aunque en quatro horas; lo qual es una ventaja tan decidida que sin el ausilio de las máquinas no se podrian satisfacer la mayor parte de las necesidades humanas. Pero si se reflecsiona que se emplean como fuerzas ó potencias no solo las del hombre, sino el peso de los cuerpos, la corriente de las aguas, que no nos cuestan mas que darles las direcciones convenientes, la corriente de los vientos, el vapor del agua, ó las fuerzas de los animales que nos son poco costosas, se verá que haciendo una distribucion conveniente de todas estas fuerzas, que en muchas ocasiones tenemos mas de las que necesitamos, podemos obtener unas ventajas asombrosas á muy poca costa, y que no se creerian sino se viesen. Así

es que muchas veces sorprende el ver que sin otro ausilio que el de hacer caer un brazo de agua por una pendiente, ó el de poner un poco de fuego debajo de una caldera que tiene agua para que se convierta en vapor, ó haciendo que un animal haga girar á una rueda, se consiga poner en movimiento seis ú ocho piedras de molino, y que se hagan al mismo tiempo todas las preparaciones convenientes con el trigo y harina, ó el dirigir todas las operaciones de una fundicion de cañones, ó en una fábrica de hilados el hacer mover á la vez dos ó tres mil husos &c. &.

117 Bien analizado el objeto que se trata de conseguir en una máquina, podemos decir que *una máquina no es otra cosa, que el agente medio que se emplea para convertir un movimiento dado y de que podemos disponer, en otro tambien dado y que nos es necesario.* De manera que averiguando quantos son los movimientos conocidos, y haciendo todas las combinaciones necesarias, se tendrán todas las máquinas que se pueden inventar. Este es un trabajo ya hecho por nuestro amigo Don Agustin de Betancourt, Inspector General que fue de caminos y canales, que ahora se halla en la corte de Rusia. Este sabio español me enseñó en Madrid su importantísimo trabajo, en el qual se comprendian todas las máquinas que podia haber; pues era una coleccion de los diferentes movimientos sueltos y sus combinaciones de unos con otros, para convertir los de una especie en otros:

por egemplo el circular continuo, en circular de vayven, en rectilineo continuo, ó de vayven, ya sea vertical, ú horizontal &c.: en dicha coleccion se especificaban las combinaciones que eran conocidas, y ademas tenia construidos una multitud de modelos de las nuevas: sobre cuyo punto debo decir, con toda la ingenuidad que me es característica, que si no hubiera visto esta obra, no hubiera podido formar una justa idea de su importancia. (*)

118 Hecha esta pequeña digresion, debemos advertir que las máquinas conocidas pueden ser de dos modos, á saber, *simples y compuestas*; por lo regular se consideran siete máquinas simples, á saber, *la maroma ó máquina funicular, la palanca, la poléa ó garrucha, el torno, el plano inclinado, la rosca y la cuña*, aunque algunas de estas se pueden reducir las unas á las otras.

119 Las compuestas son sumamente variadas segun el objeto á que se destinan; pero todo está reducido á combinar las simples entre sí

(*) *Debo advertir que he tenido la satisfaccion al llegar á Madrid de ver impreso este apreciable trabajo, al publicar en la escuela Politécnica de Paris el programa del Curso Elemental de las máquinas para el año de* 1808, *por Mr. Hachette, donde se inserta íntegro con el título de* ensayo sobre la composicion de las máquinas por los señores Lanz y Betancour.

del modo mas conveniente. Su perfeccion consiste en emplear los medios mas simples y que sean mas adequados. Aquí solo trataremos de las mas usadas y que tienen mas estrecha conecsion con las simples, y colocaremos cada una á continuacion de la simple de que principalmente se componga.

De la máquina funicular.

120 Se llama *maroma ó máquina funicular*, á aquella en que no se hace uso sino de cuerdas para sostener un peso ó contrarestar muchas potencias.

El uso mas sencillo que nos ofrece esta máquina es quando dos potencias P, Q, mantienen tirante un hilo, quando este hilo abraza el contorno de un polígono (figª. 22); en este caso, para que haya equilibrio es necesario que las fuerzas sean iguales.

121 Quando tres potencias P, Q, R (figª. 23), obran unas contra otras por medio de las cuerdas AP, AQ, AR, unidas por el nudo A, para que haya equilibrio es necesario que cada una esté representada por el seno del ángulo que forman las direcciones de las otras dos, prolongadas si es necesario; es decir, que se debe verificar que $P:Q:R::$ sen.QAR: sen.PAR= (*)

(*) *Porque el seno de un ángulo es el mismo que el seno de su suplemento.*

sen.RAS: sen.QAP= sen.QAS.

122 Si en vez de suponer que estan los tres cordones afianzados con un nudo en el punto A, se verificase que la potencia *P* estuviese aplicada á un cordon, en cuyo estremo hubiese una sortija por la qual pasase la cuerda QAR, entonces *para que haya equilibrio y no pueda correr la sortija, se necesita que la direccion de la potencia sea tal que divida al ángulo QAR en dos partes iguales, y que por consiguiente las potencias* Q *y* R *sean iguales y tengan con la* P *la misma razon que el seno del ángulo QAR con el de su mitad, es decir, que se debe tener*

$P{:}Q{:}R{::}$ sen.QAR: sen.$\frac{1}{2}$QAR: sen.$\frac{1}{2}$QAR.

123 La misma circunstancia se requiere para que haya equilibrio quando la cuerda RAQ tirada por las dos potencias *R* y *Q* abraza á un punto fijo ; es decir , que *en este caso dichas potencias son iguales; y la direccion de la presion que entonces padece dicho punto fijo , ha de estar en una línea que divida en dos partes iguales al ángulo QAR , y sea respecto de la una de las dos potencias como el seno de QAR al seno de su mitad* QAS.

124 Con lo dicho acerca de esta máquina se pueden determinar con suma facilidad las condiciones para el equilibrio entre quantas potencias se quieran, aplicadas á diferentes cordones unidos por un mismo nudo, ó por nudos diferentes.

De la palanca, balanza y romana.

125 La *palanca* es una vara inflecsible de una figura qualquiera, que descansa sobre uno de sus puntos C (figª 24), de tal modo que las fuerzas que se le apliquen no le pueden dar otro movimiento que el de rotacion, esto es, que no puedan hacerle sino dar vuelta al rededor del punto C, que se llama *punto de apoyo*, *hipomoclio* ó simplemente *apoyo*.

126 En la palanca hay tres cosas que considerar, la *potencia*, la *resistencia* y el *punto* de *apoyo*. Quando la palanca es recta y ademas la potencia y la resistencia, obran paralelamente la una á la otra, en el caso de equilibrio *se verifica que la potencia está con la resistencia en razon inversa de los brazos de la palanca*; es) decir que *en el caso de equilibrio* se tendria (figª 24, que $P:R::CA:CB$;

es decir, que si CA es la mitad ó el tercio de CB la fuerza P será la mitad ó el tercio de la resistencia R. Luego aumentando convenientemente el brazo de palanca BC, y disminuyendo el CA, podremos hacer que una potencia tan pequeña como se quiera, se equilibre con una potencia tan grande como se desee. En esto se fundó Arquimedes para establer aquella atrevida proposicion de que *si se le diese un punto fijo y una pàlanca le seria muy fácil el mover todo el mundo*. Decimos que esta proposicion es atrevida,

porque aunque es cierta en sí, no obstante, como no es posible que se dé semejante palanca, ni semejante punto de apoyo, no se podrá verificar la proposicion.

127 Quando las direcciones de la potencia y la resistencia no son paralelas, entónces para que haya equilibrio, qualquiera que sea la figura de la palanca, esto es, ya sea recta, ya curva (figª 25 y 26) se necesita que la *potencia esté con la resistencia en razon inversa de las perpendiculares que desde el punto de apoyo se tiren á sus direcciones*; es decir, que si desde C se tiran las CM, CL, perpendiculares á las direcciones de DR y BP, se tendrá $P:R::CM:CL$.

128 Segun la colocacion del punto de apoyo con relacion á la potencia y á la resistencia, se dice que hay tres especies de palanca: quando el punto de apoyo está entre la potencia y la resistencia, se dice que *la palanca es de la primera especie*, como representan las tres figuras (24, 25 y 26): en esta especie de palanca, la potencia se puede equilibrar con la resistencia, ya siendo ambas iguales, ya siendo desiguales: si los brazos de la palanca en la (figª 24) ó las perpendiculares CM, CL en las (25 y 26) son iguales, resulta que *la potencia será igual á la resistencia*. Si la distancia de la potencia al punto de apoyo, es mayor que la distancia de la resistencia al dicho punto, se tendrá que *estará favorecida la potencia*, y *tanto mas quanto mas diste del punto de apoyo con relacion á lo que*

dista la resistencia; y si la potencia dista menos del punto de apoyo que la resistencia, en este caso estará *perjudicada la potencia*, esto es, que *para obtener el equilibrio se necesita una potencia mayor que la resistencia, y tanto mayor quanto menor sea dicha distancia con relacion á lo que dista la resistencia.*

129 Quando la resistencia se halla entre el punto de apoyo y la potencia, resulta la *palanca de segunda especie* como representa la (fig.ª 27): en este caso siempre está favorecida la potencia, pues se verifica que $P:R::CB:CD$.

130 Finalmente, quando la potencia se halla entre el punto de apoyo y la resistencia, resulta *la palanca de tercera especie*, como representa la (fig.ª 28); en este caso *la potencia siempre tiene una desventaja conocida*; pues se verifica que $P:R::CB:CD$;

por consiguiente cometeria un yerro muy grosero el que se valiese de esta palanca para aumentar el efecto de la fuerza motriz ó potencia; pero como no siempre se lleva la mira de aumentar la potencia, no deja de ser muy útil esta tercera especie de palanca en las máquinas de que nos valemos para aprovechar todos los movimientos que estan á nuestra disposicion. Por este motivo sirve con ventaja en los telares para tejer lienzo, paño y otras telas, en cuyas máquinas no pueden emplearse las manos del oficial que teje, en dar el movimiento al telar; y por lo mismo se vale de sus pies, con los quales empuja la pa-

lanca CDB que se llama *cárcola*, y hace bajar la cuerda BSR que pasando por la poléa S va á encontrar el armazon que sirve para alzar y bajar alternativamente los hilos, cuya armazon no pide mucha fuerza porque pesa poco. La misma circunstancia se verifica en la máquina del amolador.

131 En todo lo que llevamos espuesto hemos prescindido del peso de la palanca: si quisiéramos contar con él, deberíamos considerar el peso de cada brazo de palanca reconcentrado en su centro de gravedad, y considerar estos dos pesos como nuevas potencias; pero solo se necesita atender á estas circunstancias en las máquinas muy delicadas.

Para averiguar la relacion que tiene la potencia con la resistencia en el sistema de palancas representàdo en la (figª 28*), se tendrá respecto de la primera palanca en virtud de lo espuesto (§ 126), *P*:*Resist*ª en B::CB:CA; y como la resistencia en B es la potencia en la segunda palanca, será

R.en.B:*R*.enF::FE:DE y *R*.enF:*R*::HL:HG.

Multiplicando estas tres proporciones, omitiendo en los dos primeros términos Resistª en B y Resistª en F, que son comunes, queda

$$P:R::CB\times FE\times HL:CA\times DE\times HG.$$

132 Antes de pasar á considerar las condiciones del equilibrio en la garrucha, vamos á describir la *balanza* y la *romana* que se refieren á la palanca, y que son de un uso continuo en la sociedad.

La *balanza*, que se suele llamar tambien peso de cruz, es una máquina que sirve para pesar las mercancías; se compone de una palanca recta AB (figª 29) llamada la *cruz*, en cuyos estremos cuelgan por medio de cordones dos platillos C y D; en uno de estos se pone el género que se ha de pesar, y en el otro el peso conocido con que se quiere equilibrar el del género. En medio de la palanca está el *fiel*, que es un ege Xz perpendicular á su longitud, y cuyos estremos entran y se mueven con libertad en los ojos que hay en los dos brazos de la *alcoba* EM, que sostiene la máquina. La parte inferior del ege no tiene una figura cilíndrica, sino que es semejante al filo de un cuchillo mas ó menos romo, segun se destine la *balanza* para pesar géneros en grande ó en pequeño. El corte de dichos cuchillos hace que la palanca descanse en los ojos de la alcoba, quedando con toda libertad para inclinarse á uno y otro lado; y el fiel que está dentro de la alcoba quando hay equilibrio, manifiesta que está la palanca horizontal. Este fiel ó lengüeta, con su desvío á la derecha ó izquierda de la alcoba en su estremo superior, manifiesta no solamente ácia que lado se ha inclinado la cruz, sino que tambien da á conocer las mas mínimas inclinaciones que puede padecer.

133 En virtud de esta descripcion, notamos que la balanza es una palanca de la primera especie. Para que las balanzas sean ecsactas, se necesita ante todas cosas que los brazos EA, EB

sean de todo punto iguales; sin este requisito, de ninguna manera se deben admitir. Ademas de esta circunstancia, se necesita para que la balanza sea ecsacta, que sin peso ninguno en los platillos se mantenga la cruz horizontal; sino lo estuviese, se podrá corregir este defecto collgando pesos pequeños en alguno de los platillos hasta que se consiga que la lengüeta caiga perfectamente en medio de la alcoba: en cuyo caso estos pesos pequeños se deben considerar como parte de las mismas balanzas, y deben quedar fijos en ellas; pero de ningun modo se han de considerar como parte de lo que se ha de pesar.

134 Debemos advertir que quando los brazos AE, EB, de la balanza no son iguales, no se puede usar de pesos para conseguir el equilibrio; pues aunque con su ausilio se consiga poner la cruz en situacion horizontal, no por eso podremos hacer un buen uso de ellas; pues el peso que se ponga en el platillo correspondiente al brazo mas largo, se equilibrará con uno mayor que se ponga en el otro platillo. Por esta causa los revendedores suelen tener puesto con malicia uno de los cordones de que pende el platillo de las pesas, por encima de uno de los brazos, con lo qual consiguen disminuir su longitud, y en este caso la mercancía que se coloque en el otro platillo se equilibrará con un peso mayor, y por consiguiente el comprador va perjudicado.

135 Las balanzas que se deben desechar por tener desiguales sus brazos, se llaman *balanzas*

falsas; pero aunque estas de ningun modo son admisibles, no obstante un inteligente puede hallar con su ausilio el verdadero peso de una mercancía: para esto *se colocará el género en un platillo, y se verá con quanto peso se equilibra; despues se pasa el género al otro platillo, y se colocan pesas en el opuesto hasta que se equilibre: se multiplican uno por otro los dos números que expresan las pesas que se han colocado en ambos platillos, y de su producto se estrae la raiz quadrada, la qual espresará el verdadero peso de la mercancía.*

136 Se debe procurar tambien que el corte del cuchillo que hace oficios de ege, y los puntos de que cuelgan los platillos, se hallen en una misma línea horizontal; quando el corte del cuchillo está mas bajo que los puntos A y B de que cuelgan los platillos, las balanzas se mueven con sobrada facilidad sobre el punto E, y se llaman *balanzas locas*; y quando el punto E está mas alto que los A y B, se mueven con mucha mas dificultad, y se llaman *sordas*; ambos géneros de balanzas tienen sus inconvenientes, pero son menores los que ofrecen las sordas.

137 Para usar de la balanza se necesita poner en el un platillo un peso igual al del género que se coloca en el otro; por consiguiente, para pesar con este instrumento se necesita tener un gran número de pesas, ó hacerlo de muchas veces; y ademas pesando mercancías en grande, sufren mucha presion los ojos de la alcoba; el

ege se pone romo y disminuye su movilidad; por esta causa se hace uso de otro instrumento en que un solo peso sirve para averiguar el de las mercancías con solo colocarle á diferente distancia del punto de apoyo. Á este instrumento se le da el nombre de *romana*.

Esta se compone de una palanca AB (figª 30) colgada de un asa EK que la divide en dos brazos EA, EB, sumamente desiguales. Del brazo mas corto cuelga un platillo ó un garfio C, cuyo destino es sostener los géneros que se deben pesar; y por medio de una argollita se hace correr á lo largo del brazo EB, un peso constante P que se llama *pilon*. Como en el brazo EB estan señaladas las divisiones correspondientes al número de libras ó arrobas que se equilibran con el pilon, el uso de la romana es tambien muy sencillo; y así solo nos resta advertir que para hacerse cargo de una romana, no hay mas que *saber con quanto entra*; esto es, que peso se equilibra con el pilon en la primera division. En toda romana hay dos divisiones, la una se refiere al asa EK que es la que sirve para pesar *por mayor*, esto es, para pesar géneros de mucho peso; y se cuelga del asa *ek* para pesar *por menor*, esto es, cosas de poco peso.

Aqui podríamos esplicar el mecanismo que se emplea para levantar los puentes levadizos; pero como esto se halla en el (§ 75) del primer tomo de mi obra militar no nos detendremos en ello.

De las poléas ó garruchas.

138 La *poléa* es un cilindro poco grueso, en cuya superficie esterior hay una especie de *garganta ó carril* donde se introduce una soga ó cuerda, á cuyos estremos se ponen la potencia y la resistencia. Perpendicularmente al centro de la poléa la atraviesa un ege (figª 31) cuyos estremos dan vuelta con libertad dentro de los brazos de unas armas CK. La poléa puede colocarse de dos diversos modos, á saber, ó *móvil* ó *inmóvil*. En la poléa *inmóvil* (figª 31) la potencia y la resistencia obran en direcciones tangentes al círculo de la poléa: en la *móvil* la resistencia está aplicada en el centro, ó en una direccion que pasa por el centro ó ege de la poléa, como se ve en las (fig.s 32 y 33).

139 En la poléa fija, *para que haya equilibrio, es necesario que la potencia sea igual con la resistencia*; mas á pesar de esto, nos proporciona el variar la direccion de la fuerza que se ha de emplear. En efecto, quando queremos levantar un peso á una gran altura, el mismo esfuerzo necesitamos emplear usando de la poléa fija, que haciéndolo á pulso; pero usando de la poléa, el peso de nuestro cuerpo nos ayuda en tanto grado que lo hacemos con muchísima comodidad.

140 En la poléa móvil *se verifica el equilibrio quando la potencia tiene con la resistencia*

la misma razon que el radio de la poléa con la subtensa del arco de poléa que abraza la cuerda, es decir, que se tendrá P:R::CS:SO. De aqui se deduce que el *caso mas favorable para la potencia en la poléa móvil, es quando la direccion de la potencia y de la resistencia son paralelas, en cuyo caso la potencia es á la resistencia como el radio de la poléa es á su diámetro, ó como uno es á dos.*

141 Luego si se combinan muchas poléas móviles, como se manifiesta en la (figª 34), podremos elevar un gran peso por medio de una fuerza pequeña: en el caso de equilibrio en esta máquina, se verifica que *la potencia es á la resistencia como el producto de todos los radios de las poléas, es al producto de todas las cuerdas de los arcos de poléa que abrazan los cordones*; y si las poléas fuesen iguales y los cordones paralelos, en el caso de equilibrio, *seria la potencia á la resistencia, como la unidad á una potencia del núm.* 2 *espresada por el número de poléas móviles*, esto es, *en nuestro caso como* 1 es á 2^3 ó como 1:8.

142 Pero no es esta la figura mas acomodada que se puede dar á un sistema de poléas; y por lo mismo se suelen disponer de alguno de los modos que representan las (fig.ˢ 35, 36, 37 y 38), y que se conocen con el nombre de *tróculas*. De qualquier manera que varien estas disposiciones, siempre se puede hallar la razon entre la potencia y la resistencia por este principio. La

potencia es á la resistencia como el radio ó seno de 90° es á la suma de los senos de los ángulos que forma con el horizonte cada uno de los cordones que rematan en las tróculas movibles.

Del torno.

143 Se llama *torno* en *general* á una rueda atravesada perpendicularmente por un cilindro, cuyos estremos descansan sobre dos apoyos C, G (figª 39), en la qual una potencia *P* aplicada en una direccion tangente á la circunferencia de la rueda, se lleva tras sí dicha circunferencia, y el cilindro que está sólidamente unido á ellas; y obligándoles á dar vueltas al rededor del ege del cilindro, es causa de que se vayan enroscando sucesivamente al rededor del cilindro las diferentes partes de la maroma DR, á la qual está atado el peso que se quiere elevar ó arrimar al cilindro.

144 En algunas ocasiones no se hace uso de rueda alguna para hacer que dé vueltas el cilindro, sino que se colocan perpendicularmente á su ege unas palancas E á que se aplica la potencia, y produce el mismo efecto que la rueda, siendo mas fácil su transporte. En otras lleva el cilindro en sus dos estremos dos cigüeñas *P*, *P′* (figª 40), á las quales se aplica para el mismo fin la potencia ó fuerza motriz.

Quando el ege del cilindro está en situacion vertical, recibe el nombre de *argüe ó cabestante.*

Qualquiera que sea la disposicion que se le quiera dar á esta máquina, pues ademas puede tener alguna de las formas que espresan las (figuras 41, 42 y 43), siempre se verifica en el caso de equilibrio que *la potencia es á la resistencia como el radio del cilindro es al radio de la rueda*, ó á la longitud de la parte de palanca comprendida entre el centro del cilindro y el punto á que se aplica la potencia.

145 Hay varias máquinas que en todo ó en parte pueden referirse al torno, tales son el *cric* ó *gato*, las *ruedas dentadas* y la *grua*.

En el *cric* que está representado (figª 44) el ege que está unido con la cigüeña QCP lleva un piñon P, cuyas alas ó dientes engargantan con los dientes de la barra dentada AB. El ala del piñon dando vueltas *levanta la barra AB* y todo lo que en ella se apoya. En esta máquina *la fuerza es á la resistencia como el radio del piñon es al radio de la cigüeña*. De donde resulta que como el radio del piñon se hace muy pequeño con relacion al de la cigüeña, tenemos que con el cric se pueden levantar pesos bastante grandes con una fuerza mediana: esta máquina es de un uso continuo en las maestranzas de artillería; pues es la mas á propósito para levantar los eges de los carros, cureñas &c. para poder quitar y poner las ruedas.

146 Una rueda dentada es un cilindro móvil al rededor de su ege, y en cuya superficie tiene unos filetes ó dientes que son paralelos á

este ege: estos dientes engranan, en los que se forman del mismo modo sobre otra rueda dentada. Sobre el ege de cada rueda dentada se adapta ordinariamente otra que forma cuerpo con ella, y cuyo diámetro es menor; á esta rueda menor se le llama *piñon*, y á sus dientes *alas*.

Quando muchas ruedas dentadas A,B,C,D,E, (figª 45) se comunican unas con otras por medio de los piñones a,b,c,d, se verifica en el caso de equilibrio que *la potencia es á la resistencia como el producto de los radios de todos los piñones, es al producto de todos los radios de las ruedas.*

De las ruedas dentadas se hacen muchos usos y con fines muy diversos; pues unas veces sirven para aumentar la fuerza, otras para mudar la velocidad, otras para qué salgan ajustados los movimientos á ciertos periodos de tiempo como en los reloges, y otras finalmente para hacer perceptibles los movimientos sumamente pequeños, y que por lo mismo con la vista sola no se podrian percibir.

147 La grua (figª 46) se compone de un torno PN, en que la cuerda que se arrolla al cilindro tiene uno de sus estremos fijos en I, y con el ausilio de las poléas b, c, d, e, transmite la accion de la potencia que se aplica con el torno PN á una poléa móvil a, de cuyas armas pende el peso ó resistencia que se trata de elevar. En esta máquina, como la poléa móvil a nos reduce la resistencia á la mitad, y en el caso de

equilibrio se verifica que *la potencia es á la resistencia, como el radio del cilindro es al radio de la rueda*, se tendrá que *la potencia es á la resistencia como el radio del cilindro es al diámetro de la rueda*. De esta máquina se hace mucho uso en los puertos de mar para cargar y descargar los buques.

148 Si sobre un plano AB inclinado al horizonte (figª 47) se coloca un cuerpo D, este, solicitado por la gravedad no se podrá sostener sino por medio de una fuerza; y asi es que sino se le detiene se dirigirá ácia abajo, bien sea resbalando ó girando: resbalará quando la vertical que pase por su centro de gravedad caiga en alguno de los puntos de contacto del cuerpo con el plano inclinado, como en el cuerpo D; y caerá rodando quando dicha vertical caiga fuera de los puntos en que el cuerpo encuentra el plano inclinado como en el F. Luego para que un cuerpo se sostenga sobre un plano inclinado, se necesita una fuerza ó potencia *P* (figª 48); y en el caso de equilibrio se verifica, que *la potencia es á la resistencia, como el seno del ángulo que forma la direccion de la gravedad con la perpendicular bajada al plano inclinado desde el centro de gravedad del cuerpo, es al seno del ángulo que forma dicha perpendicular con la direccion de la potencia*; es decir, que en este caso se tendrá

$$P:R::\text{sen. DCE}:\text{sen. DCP}.$$

149 El caso mas favorable para la potencia es quando obra paralelamente al plano inclinado

como se representa en P', y se verifica que *la potencia es á la resistencia, como la altura del plaro es á su longitud*; es decir, que en este caso se tiene $P':R::AG:AB$.

150 El caso mas desventajoso para la potencia es quando obra paralelamente á la base del plano inclinado, como se representa en P''; en cuyo caso se verifica, que *la potencia es á la resistencia como la altura del plano inclinado es á su base*; es decir, que entónces se tiene

$$P'':R::AG:BG.$$

De la rosca.

151 La *rosca* es un cilindro recto (figª 49) al rededor del qual está arrollado un sólido que tiene la forma de un prisma paralelográmico, ó triangular, y en el que una de las caras está unida á la superficie convecsa del cilindro. El relieve espiral formado de este modo en la superficie del cilindro, se llama *filete de la rosca*; y se llama *espira* á la parte del filete del prisma, que corresponde á una vuelta completa sobre el cilindro. La distancia AB que hay paralelamente al ege HK entre dos espiras correspondientes, se llama *altura del paso de la rosca*, ó *paso de la rosca*, que es igual en toda la longitud del cilindro.

La rosca entra en un sólido MN llamado *tuerca*, que en su interior lleva unas concavidades iguales y semejantes al filete de la rosca; de

modo que se puede considerar la *tuerca* como el molde del *filete de la rosca.*

152 La rosca con su tuerca sirve para comprimir los cuerpos ó para levantar pesos; y en el caso de equilibrio se verifica que *la potencia es á la resistencia como la altura del paso de la rosca es á la circunferencia, cuyo radio es igual á la distancia de la potencia al ege del cilindro; de donde se deduce que mientras á mayor distancia obre la potencia, ó sea menor el paso de la rosca, estará mas favorecida la potencia.*

153 Ademas de los usos indicados de la rosca, sirve tambien con mucha utilidad para medir las diferentes divisiones de un espacio muy corto AB (figª 49), lo qual se consigue haciendo que ande el espacio propuesto el estremo E de una rosca DE, cuyos pasos sean iguales; pues si en el otro estremo de la rosca hay una manecilla que moviéndose con el mismo movimiento que la rosca ande sucesivamente las divisiones de una muestra que atraviesa, indagando qué número de vueltas ha de dar la mano para que el punto E ande la longitud conocida AB, se podrá determinar por medio de las vueltas y porcion de vueltas que dicha manecilla haya de dar para que el punto E ande una parte qualquiera de AB, ó se tenga de este modo la verdadera medida de dicha parte por pequeña que sea.

154 La rosca se puede aplicar á otras máquinas, y entonces puede aumentar mucho su efecto: quando se aplica á una rueda dentada,

como se representa en la (figª 50), se llama *rosca ó tornillo sin fin*; y en el caso de equilibrio se verifica que *la potencia es á la resistencia, como el producto del paso de la rosca por el radio del cilindro de que cuelga la resistencia, es al producto del radio de la rueda por la circunferencia que traza la cigüeña*: es decir, que se tiene $P:R::AB\times LK:HL\times circ.DE$.

De la cuña.

155 La *cuña* es un prisma triangular ABCEDF (figª 51) que se introduce en una hendidura IZR ya empezada, ó en general, entre dos superficies para hacer mayor la raja, ó apartar sus caras, ó finalmente para mantenerlas á una distancia determinada una de otra: los cuchillos, hachas, dientes &c. no son otra cosa que cuñas.

Para determinar la magnitud de la fuerza que se debe aplicar á la cabeza de la cuña para hendir un cuerpo, se debe conocer ante todas cosas la resistencia que hay que vencer; pero como esta depende de una multitud de circunstancias particulares que hasta ahora no son conocidas, resulta que la teoría de la cuña es aun muy obscura. Mas segun lo que se sabe hasta el dia, resulta que en el caso de equilibrio *la potencia es á la resistencia que sufre la cara O* (figª 52) *como el producto* $AC\times VO:AB\times VY$; y respecto á la otra cara se verifica que *la po-*

tencia es á la resistencia que pone S como el producto AC×XS:BC×XT.

De los obstáculos que sufren las potencias quando obran por medio de las máquinas.

156 Hasta ahora solo tenemos considerado en las máquinas el caso de equilibrio entre la potencia y la resistencia; de donde se deduce que si queremos que haya movimiento, esto es, que la resistencia se mueva, deberemos aumentar la fuerza tanto mas quanto con mayor velocidad queramos que se mueva la resistencia. En el estado de perfeccion de una máquina, por poco que sea el aumento de fuerza al caso en que se verifica el equilibrio, se deberia mover la resistencia; pero á causa del *rozamiento*, de la *rigidez* de las cuerdas, y de otras imperfecciones que por precision han de tener las máquinas, es necesario en cada una aumentar una cierta cantidad á la potencia para que venza dichos obstáculos.

157 El *rozamiento* consiste, en que como todos los cuerpos son porosos, y donde hay un poro hay un hueco, resulta que en las inmediaciones de los poros habrá eminencias; y por lo mismo al colocar el uno sobre el otro, las partes salientes del uno se introducen en las partes entrantes del otro; y quando se quiere que uno de los dos resbale sobre el otro, es necesario desprender estas desigualdades ó romperlas, y la fuerza que se necesita emplear para ello es la

que se considera originada por el *rozamiento*. Este puede ser de dos especies, á saber, quando un cuerpo debe resbalar sobre otro, ó quando la superficie del uno debe girar sobre la del otro: este último es mucho menor que el primero, porque el movimiento de rotacion contribuye en parte á separar las desigualdades; los Caleseros estan bien convencidos de esta verdad, puesto que al bajar una cuesta muy rápida, *atan una de las ruedas* á fin de aumentar el rozamiento y disminuir la velocidad que adquiririan los coches al bajar por aquella pendiente con el movimiento acelerado que la gravedad les hace adquirir.

158 El rozamiento proviene de una multitud de circunstancias que el cálculo solo, á pesar de todos sus recursos, no puede abrazar; porque es necesario atender al pulimento de las superficies, á la temperatura y humedad de la atmósfera, á la afinidad de las substancias, á la velocidad del movimiento &c. Por lo que es necesario recurrir á la esperiencia para perfeccionar lo que ella misma haga conocer, y poder inferir lo que no diga.

159 Lo que la esperiencia nos enseña acerca del rozamiento es 1º que *el rozamiento varía* para superficies diferentemente pulimentadas; y así se puede disminuir pulimentando las superficies, ó tapando los poros con algunas substancias que no aumenten la adherencia, tales como los aceytes, sebo &c.

2°. *El tiempo influye sobre la adherencia de los cuerpos.* Se atribuye esta adherencia á la flecsibilidad de las partes que componen los cuerpos, la qual da lugar á que sus superficies se engranen mas entre sí.

3°. *Dos superficies de la misma naturaleza sufren un rozamiento mayor que dos superficies de materias diferentes igualmente pulimentadas.* Por esta causa los eges de acero se hacen girar en cajas de cobre, &c.

4°. *El rozamiento no depende de la estension de las superficies en contacto*; y este principio que nos atestigua la esperiencia, parece un poco singular; sin embargo se puede observar que si los puntos de contacto son mas numerosos, cada uno de ellos sufre un peso menos considerable, y parece que hay compensacion entre estos dos efectos.

5°. *El rozamiento es proporcional á la presion, á igualdad de las demas circunstancias*; es decir, que sufre una resistencia tanto mayor quanto mas pesa el cuerpo.

No nos detendremos en manifestar quanto influye el rozamiento en cada máquina particular, porque en los usos comunes no se necesita calcular con una rigorosa ecsactitud.

Como las cuerdas que se emplean en las máquinas, no son perfectamente flecsibles, es necesario por esta causa aumentar la fuerza que ha de ser preponderante, y esta correccion es la que se caracteriza con el nombre de *la rigidez*

de las cuerdas. Hay métodos muy ingeniosos para determinar el aumento de fuerza correspondiente á esta causa, y por la misma razon que acabamos de dar respecto del rozamiento, nos contentaremos con decir, que esta resistencia es *aprocsimadamente como los quadrados de los diámetros de las cuerdas*, ó mas ecsactamente como una potencia del diámetro espresada por 1,8 quando son nuevas, y por 1,4 quando las cuerdas estan ya muy usadas.

Resultado de varios esperimentos hechos para determinar la cantidad de accion que los hombres pueden suministrar por su trabajo diario, segun los diferentes modos con que emplean sus fuerzas, estraido de una memoria de Mr. Coulomb.

160 En el trabajo del hombre y de los animales hay dos cosas que distinguir: el *efecto* que puede producir su fuerza aplicada á una máquina, y el *cansancio* que en ello esperimentan. Se ha de procurar que el efecto respecto del cansancio sea un mácsimo.

El efecto del trabajo se mide por el peso equivalente á la resistencia, multiplicada por la velocidad y por el tiempo que dura la accion; ó bien es igual á la resistencia por el espacio corrido en dicho tiempo.

En la práctica el efecto es siempre menor que el peso equivalente á la potencia multiplicado por el espacio corrido, á causa del rozamiento &c.

Hay que determinar el cansancio que corresponde á cierto grado de *accion* ; entendiendo por *accion* la cantidad que resulta de la presion que egerce el hombre multiplicada por la velocidad y el tiempo que dura: cuya cantidad puede representarla un peso que cae de cierta altura en un tiempo dado.

Todo se reduce á buscar el modo de combinar entre sí los varios grados de presion, velocidad y tiempo, para que con igual cansancio pueda el hombre dar la mayor cantidad posible de accion.

Daniel Bernoulli dice que el cansancio es siempre proporcional á la cantidad de accion, de manera que la velocidad, la presion y el tiempo, pueden variar con tal que el producto sea siempre el mismo; y que produce la misma cantidad de accion de qualquier modo que empleé sus fuerzas. Valúa el trabajo del hombre en un peso de 1728000 libras levantadas á 1 pie.

Desaguliers y otros dan casi el mismo resultado. Todos citan esperimentos; pero estos han durado poco tiempo.

Aunque el cansancio no es proporcional á la cantidad de accion, la fórmula que le representa debe ser una funcion de la presion, de la velocidad del punto de presion y del tiempo del trabajo: combinándose las tres cantidades de manera que á cansancio igual se tenga el mácsimo de accion. Esta combinacion es diferente segun el modo de emplear el hombre sus fuerzas.

Quando se sube una escalera, sino es mas que á 108 pies españoles de altura, podemos subir á razon de 50,4 pies por minuto.

La cantidad de accion del hombre se calcula por el peso de él, multiplicado por la altura á que se ha elevado. El peso del hombre es 152 libras españolas. Así, la cantidad de accion en un minuto es

152 lib.ˢ × 50 pies = 7600 lib.ˢ elevadas á 1 pie.

Si se supone que el hombre puede aguantar este trabajo 4 horas al dia, sería la cantidad de accion diaria 1824000 libras elevadas á 1 pie. Pero este supuesto es solo en el caso de subir de 54 á 72 pies, pues en el caso de haber de subir á 108 ó 144 pies, es preciso disminuir la velocidad.

Del viage de Borda al pico de Tenerife deduce que habiendo subido los hombres en $7\frac{3}{4}$ horas á la altura de 10494 pies, la cantidad de accion diaria es 10494×152 lib.ˢ=1595088 lib.ˢ levantadas á 1 pie de altura.

Va ahora á comparar esto con el hombre cargado.

Peso del hombre. .	152 lib.ˢ	núm.º de viages al dia 66
Carga.	148 lib.ˢ	
	300 lib.ˢ	

Levantadas á 43 pies, que es el caso que cree mirar como el mácsimo de accion, resulta la cantidad de accion diaria

300×66×43=851400 lib.ˢ levantadas á 1 pie.

Así, la accion del hombre subiendo sin carga

es á la del que sube cargado con 148 libras como 205:109::188:100, cuya razon es acaso baja y puede suponerse $=2:1$, lo que es contrario á la asercion de Bernoulli. Un hombre subiendo ha egercido una accion de 280 libras levantadas á 3588,9 pies; pero estuvo luego dos dias sin poder trabajar.

El efecto útil es la carga que el hombre lleva. Á medida que esta aumenta, se disminuye la cantidad de accion diaria; pero sino lleva carga, el efecto útil es nulo. Se ha de buscar quánta ha de ser la carga para que el efecto útil diario sea un *mácsimo*.

Se ha visto que la cantidad de accion sin carga es 1595088 libras levantadas á 1 pie; y con la carga de 148 libras la cantidad de accion diaria es 851400 libras levantadas á 1 pie. Así pues, $1595088-851400=743688$ levantadas á 1 pie, es lo que ha disminuido la cantidad de accion de un hombre que subia sin carga, con la de 148 libras.

Supongamos que las cantidades de accion perdidas sean proporcionales á las cargas, y sea P una carga qualquiera; la cantidad de accion que esta carga hace perder es igual á 5025 pies$\times P$.

Siendo 1595088 lib.^{s} la cantidad de accion subiendo sin carga, la cantidad de accion diaria con la carga P será $1595088-5025\ P$; en que 5025 pies es la altura á que puede levantar el peso P.

Sea h la altura á que el hombre cargado con

P puede subir por su trabajo diario, Ph será el *efecto útil* del trabajo y $(152+P)\,h$ será la cantidad de accion del hombre, cuyo peso es 152 lib.^s Así tendremos $(152+P)\,h=1595088-5025\,P$, de donde resulta el efecto útil

$$Ph=\frac{1595088-5025\,P}{152+P}\times P.$$

Hagamos $1595088=a$, $5025=b$, $152=k$,

$$\text{y será } Ph=\frac{a-bP}{k+P}\times P.$$

Y para tener el mácsimo de Ph se diferenciará respecto de P, y haciendo $=0$, saldrá

$$P=k\left\{\left(1+\frac{a}{bk}\right)^{\frac{1}{2}}-1\right\}.$$

Substituyendo los valores numéricos, hallaremos

$$P=0{,}758\,k=115 \text{ lib.}^s$$

$$\text{Si en la fórmula } Ph=\frac{1595088-5025P}{152+P}\times P$$

se substituye 115 lib.^s en vez de P, tendremos el efecto útil $Ph=438134$ lib.^s elevadas á 1 pie.

Resulta de esto que este género de trabajo, en que el hombre sube cargado y baja sin carga, hace consumir inútilmente casi los $\frac{3}{4}$ de la accion del hombre que sube libremente.

Para verificar si el supuesto hecho de que la diminucion de la cantidad de accion es proporcional á la carga, es menester ver si

$$1595088-5025\,P=0,$$

(que es quando la carga es la mayor) dá una

cantidad que se aprocsime á la esperiencia. Esto dá $P=317$ lib.^{s},

peso que es el mayor que un hombre de fuerza mediana puede llevar á cortísima distancia.

Comparemos ahora la cantidad de accion que los hombres pueden suministrar caminando horizontalmente con carga ó sin ella.

El hombre andando por muchos dias sin carga puede andar fácilmente al dia 179446 pies, ó en números redondos 180000 pies, que hacen 30 millas ó 9 leguas de 20000 pies; lo qual es demasiado. La cantidad de accion será pues

$180000 \times 152 = 27360000$ lib.^{s} transport.^{s} á 1 pie,

ó 27360 lib.^{s} á 1000 pies,

ó 1368 lib.^{s} á 1 legua de 20000 pies,

ó 55 @ á 1 legua.

A la distancia de 7178 pies ó 7200 pies, el hombre cargado con 125 lib.^{s}=5 @ hace seis viages al dia. La carga transportada es la espresada mas el peso del hombre, esto es,

$125+152=277$ lib.=11 @ y 2 lib. ó solo 11 @. Así, la cantidad de accion diaria es

$277 \times 6 \times 7200 = 11966400$ lib.^{s} transport.^{s} á 1 pie,

ó 598 lib.^{s} á 1 legua, ó 24 @ á 1 legua.

A esta cantidad hay que añadir el cansancio de los 43200 pies que andan para volver á cargar: y de este modo resulta que la cantidad de accion en este caso es 15840000 lib.^{s} transportadas á 1 pie, ó 32 @ á 1 legua.

Luego la cantidad de accion que el hombre puede egercer quando anda sin carga, es á la

que puede egercer con una carga de 5 @, prócsimamente como 7:4.

Por informes de personas inteligentes, un hombre robusto cargado con $95\frac{1}{2}$ lib.^{s}, ó 100 lib.^{s}, ó 4 @, podrá andar al dia unos 70000 pies. La cantidad de accion será

$(152+100)\times 70000$ pies$=1764000$ lib.^{s} á 1 pie,
ó 35 @ á 1 legua.

Resta determinar quál debe ser la carga para que á igual cansancio produzca el mayor *efecto útil*.

La cantidad de accion que hace perder una carga de 5 @ es equivalente á
$27360000-15576260=11783740$ lib.^{s} transportadas á 1 pie, ó $55-31=24$ @ á 1 legua.

Suponiendo como antes que la pérdida de accion es proporcional á la carga, se llega á sacar que el mayor peso que un hombre puede llevar es 11,5 @ á muy corta distancia; y que 5,14 @ es la carga que generalmente llevan los que han de hacer varios viages al dia.

La cantidad de accion que el hombre produce andando sin carga, es á la cantidad de efecto útil andando cargado, como

$3500 : 692{,}4 :: 505 : 100$,

y prócsimamente como $5 : 1$.

La cantidad de accion subiendo una escalera es á la producida en camino horizontal poco mas ó menos como 1 á 17.

Tambien resulta que se esperimenta igual cansancio al subir un escalon de 6 pulgadas de

ancho que al andar $3\frac{1}{2}$ pasos en camino horizontal.

De la cantidad de accion en el trabajo diario de conducir carga con carretillas.

Belidor en su *Ciencia del Ingeniero* pone la introduccion de Vauban, en que se lee: "Un hombre, en un dia de trabajo, puede transportar en una carretilla 2 toesas cúbicas (685 pies cúbicos españoles ó $25\frac{1}{2}$ varas cúbicas, ó 3,17 brazas cúbicas) á 15 toesas de camino (105 pies españoles). Hace 500 viages; y así anda 52462 pies españoles, y otro tanto con la carretilla descargada."

Á estos datos hay que añadir otros. Cargada la carretilla, el obrero la sostiene á unos 5,4 pies del ege, y los brazos sostienen un peso de 40 á 44 libras, y si la carretilla está vacía de 11 á 13 libras.

Tambien halla que estando cargada la carretilla, y sus brazos suspendidos con cuerdas atadas á un parage muy alto, la fuerza para empujarla en terreno seco y llano era de 4 á $6\frac{1}{2}$ libras. Esta fuerza depende del terreno y de la destreza del obrero.

En los talleres la carga media de las carretillas es de 150 lib.s ó 6 @; el peso de las carretillas varía mucho, y se supone de 65 lib.s ó 2,6 @.

El efecto útil será pues

$152 \times 52462 = 7974224$ lib.[s] transport.[s] á 1 pie, ó 16 @ á 1 legua.

Comparando este con el efecto útil del hombre que carga á cuestas, estarán en la razon de

$1022,7 : 692,4 = 148 : 100.$

Así 100 hombres con carretillas harán lo mismo que 148 hombres sin ellas.

De la cantidad de accion en las mazas para hincar pilotes.

La màza por lo comun pesa de 759 á 976 libras. Los obreros levantan las mazas unos 3,95 ó sea 4 pies. Dan 20 golpes por minuto. No pueden resistir á mas que 3 horas de trabajo efectivo. Regularmente se pone un hombre por cada 41 libras del peso de la maza.

La cantidad de accion diaria tendrá, pues, por medida 4 pies $\times$ 40 lib.[s] $\times$ 3600, que este es á razon de 20 golpes por minuto, el número de golpes en 3 horas, lo que dá

576000 lib.[s] elevadas á 1 pie, ó 23040 @ á 1 pie, ó 28,8 lib.[s] á 1 legua, ó 576 lib.[s] á 1000 pies.

Comparando esta accion con la que produce el obrero subiendo sin carga por una escalera, hallaremos que son como 75,2 : 205, ó que la primera es poco mas de $\frac{1}{3}$ de la segunda. Sería, pues, ventajoso emplear la accion del hombre de otro modo.

Esta cantidad de accion es muy grande si se compara con la que producian en la casa de la

moneda de París acuñando con maza vertical. La maza pesaba 82 libras. La movian dos hombres, que por consiguiente hacia cada uno un esfuerzo de 41 libras. La maza se levantaba cada vez á 1,4 pies. Levantaban la maza 5200 veces al dia. La cantidad de accion era pues

1,4×40×5200,

loque dá 2912000 lib.^s levantadas á 1 pie,

ó 2912 lib.^s á 1000 pies,

ó 145,6 lib.^s á 1 legua,

ó $5\frac{4}{5}$@ á 1 legua.

Se debe atender á que en este caso trabajaron 15 meses seguidos, en lugar que quando clavan estacas pasan á otro trabajo en cansándose, lo que sucede pronto.

Comparando las cantidades de accion de los hombres que suben una escalera, los que trabajan en manubrio y en las mazas, se halla que estan en razon de los números 205; 116; 75, que prócsimamente son como 8; 5; 3.

De la cantidad de accion cabando con la hazada.

Esta investigacion es muy dificil, pero al mismo tiempo es de la mayor importancia; por lo que pondremos aqui el resultado de lo que se ha podido averiguar en esta materia.

El labrador mete la hazada 10,7 pulgadas españolas, y cada vez levanta un peso de tierra de 13 libras españolas, cuyo centro de gravedad

le levanta á 16 pulgadas. Da unos 20 golpes por minuto. El primer esfuerzo para meter la hazada será de 43 libras: la fuerza para acabar de meterla de 26 libras. En los dias buenos labraba 2331 pies quadrados, que hacen 16 estadales reales quadrados: así, la masa de tierra removida era de 2079 pies cúbicos. El pie cúbico de tierra pesaba 89,7 libras.

Así, la cantidad de accion era $89{,}7 \times 2079 \times 1{,}33$, lo que dá 74,5 lib.s levantadas á 3588,9 pies.

Á cada vez levantaba tambien la hazada, cuyo peso era 3,7 lib.s, de donde resulta que la cantidad de accion total es 93,4 lib.s á 3588,9 pies.

Hay que añadir la cantidad de accion para meter la hazada á 10,7 pulgadas. Tomemos por la resistencia 32,6 libras. Calculando por las tierras removidas á razon de 13 libras por golpe, habrá dado 14316 golpes al dia, y esta parte de accion será 116,5 lib.s elevadas á 3588,9 pies.

Es dificil determinar la cantidad de accion en deshacer los terrones y tender la tierra; se valúa en $\frac{1}{20}$ del trabajo diario; y así puede estimarse el total en 217 lib.s levantadas á 3588,9 pies.

En el trabajo del labrador hay que distinguir dos partes: en la 1.ª se apoya con los pies y el cuerpo para meter la hazada; y parece que esto no puede producir mas cansancio que subiendo una escalera: en la otra levanta con los brazos un peso, y está en el caso de los que levantan la maza.

Comparando la primera parte con el trabajo

del que sube una escalera, resulta $=0,261$ del trabajo diario.

Para comparar la segunda parte, tomaremos un medio de los tres casos dichos de la maza, sacar agua y acuñar moneda, y resulta que es $=0,69$ del trabajo diario.

La suma de ambas es $0,26+0,69=0,95$, en lo que solo faltan $0,05$ ó $\frac{1}{20}$ de pérdida de accion.

En esto como en todos los demas casos, la habilidad consiste en emplear las fuerzas útilmente. Uno hace mas que otro cansándose lo mismo, &c.

En todos los casos se ha supuesto que el hombre naturalmente empleaba la velocidad conveniente. Parece, por la esperiencia, que los hombres pueden á igual cansancio producir la misma cantidad de accion diaria, variando mucho su velocidad, y entrando en el trabajo con cortos íntervalos de descanso.

Parece que este modo de alternar la accion y el descanso, es el mas conveniente á la economía animal; y que los hombres prefieren mas andar velozmente por algunos instantes, y descansar otros completamente, que no hacer de una tirada el mismo camino con menor velocidad.

En el trabajo en que los hombres consumen toda su accion diaria, no se debe ecsigir de ellos mas de 7 á 8 horas de trabajo, cortadas ó no con pequeños intervalos de descanso.

Las pruebas hechas en pequeño ó por corto

tiempo, no sirven para fundar ningun resultado diario; es menester para ello observar un trabajo seguido.

La eleccion de los hombres influye sobre la valuacion de la fuerza media. En una quadrilla deben ser todos de igual fuerza: dos ó tres malos obreros disminuyen el trabajo de los demas.

La cantidad de accion varía tambien segun el alimento, y sobre todo por el clima. En los paises cálidos en que el termómetro está rara vez á menos de 20 grados, no son capaces de la mitad de accion que en nuestros climas.

HIDROSTÁTICA.

161 Ya hemos dicho que *Hidrostática* es la ciencia que trata del equilibrio de los fluidos: la propiedad principal de los fluidos y la única que los distingue de los cuerpos sólidos, consiste en que sus partes ceden á la menor fuerza, y se pueden mover entre sí con toda la facilidad posible, qualquiera que sea por otra parte la union y accion mútua de estas partes.

162 El principio que Clairaut, en su Teoría sobre la figura de la tierra, tomó por base de la Hidrostática, y que en el dia sirve de fundamento á la teoría de esta ciencia, es que *si se concibe un vaso ABC (fig. 53) de una forma y dimensiones qualesquiera, que contenga una masa fluida y un canal DEFG, cuya figura sea tambien arbitraria, pero reentrante en sí mismo,*

no podria ecsistir el equilibrio á menos que los esfuerzos de todas las partes que estan comprendidas en este canal no se destruyan mútuamente. Esto está fundado en que el equilibrio de una masa fluida ecsige el de todas sus partes; pero si se supone que todo se convierta en sólido, escepto el canal DEFG, resulta que si la masa fluida está en equilibrio, este estado tendrá igualmente lugar en el canal; y recíprocamente que el equilibrio se verifica qualquiera que sea la figura y posicion de este canal.

163 De aqui se sigue que *si se toman sobre el canal DEFG dos puntos qualesquiera D y F, los efectos de las dos partes DEF, DGF, la una contra la otra serán iguales*, porque de lo contrario habria una corriente perpetua.

164 Tambien se verifica que *todas las moléculas que estan situadas sobre un mismo plano horizontal, estan igualmente comprimidas*; y recíprocamente, *si estan igualmente comprimidas se hallan sobre un mismo plano horizontal.*

165 Luego *qualquiera que sea la figura de un vaso que contenga un fluido, la superficie superior de este será horizontal; de donde resulta que si muchos tubos de curvatura arbitraria se comunican entre sí, el fluido encerrado en ellos se deberá elevar á la misma altura*: á un conjunto de tubos de esta especie, se denomina en general con el nombre de *sifones*; y tanto estos como la construccion de los niveles de agua y de ayre, que son bien conocidos, está fundada en este principio.

166 Se verifica igualmente acerca de la presion que los fluidos egercen sobre el fondo de los vasos que los contienen, una circunstancia particular, y es que la presion que egercen no es proporcional al peso: sino que siempre equivale al peso de un prisma de fluido que tiene por base la del vaso, y por altura la distancia á la superficie superior del fluido. De donde resulta que si se tienen tres vasos cuyos fondos horizontales AB (fig. 54) sean iguales, y en los que esté contenido un mismo fluido incompresible que se eleve á la misma altura, la presion que egerzan sobre los fondos será igual en todos: luego esta presion será igual, menor ó mayor, que el peso del fluido segun el vaso tenga alguna de las tres formas de la (fig. 54): luego debemos distinguir bien el peso del fluido de la presion que egerce sobre el fondo.

167 Este resultado se ve confirmado por la esperiencia en varias ciudades donde hay pozos en las calles para recoger las aguas puercas, como por egemplo en Madrid; quando estos se hallan llenos, por poca que sea el agua que haya en la cañería, vemos que levanta la losa de piedra con que estan cubiertos, pues entonces la fuerza con que el fluido obra para levantar la losa, es igual al peso de un cilindro que tenga por base la superficie de la losa y por altura la altura del fluido en la cañería; luego para que se levante la losa basta que *dicho esceso de altura tenga con el grueso de la losa, la misma*

razon que el peso específico de la losa con el del fluido

En este fenómeno tambien influye el que *quando un cuerpo se sumerge en un fluido en todo ó en parte, el fluido le sostiene y disminuye una parte de su peso espresada por el peso de un volúmen de fluido igual al volúmen que desaloja.*

168 Para que un cuerpo pueda flotar en equilibrio sobre un fluido, se han de verificar dos condiciones: 1ª *Que el peso entero del cuerpo sea igual al peso del volúmen de fluido desalojado; y* 2ª *que la recta que pasa por los centros de gravedad del cuerpo y del fluido desalojado sea vertical.*

169 En esta propiedad está fundada la construccion de algunos instrumentos con que se averigua el peso específico de las diversas sustancias; quando estas son fluidas hacemos uso del *areómetro* ó *pesa-licor*; la figura de este instrumento es en cierto modo arbitraria; nosotros describiremos aqui el que se tiene por mejor, y es el de Fahrenheit. Consiste en un globo de vidrio ó cristal (fig. 55) que en la parte inferior tiene azogue ó qualquiera otra sustancia de mucho peso, á fin de que sumergido en el fluido guarde la posicion vertical; en la parte superior tiene un tubo CE que termina arriba por una cubeta ó cazoleta B. Si este instrumento se sumerge en un fluido, bajará hasta un cierto punto C, y resultará que el peso entero del areó-

metro será igual al peso de un volúmen S del fluido que él desaloja. En otro fluido se sumergirá hasta E, y desalojará un volúmen espresado por S', y llamando P y P' los pesos específicos de los fluidos, tendremos $P:P'::S':S$, que espresa *que los pesos específicos de dos fluidos estan en razon inversa de los volúmenes desalojados*. Luego si se tuviesen medios sencillos para averiguar estos volúmenes, se tendrian averiguados los pesos específicos; para los usos comunes en que no se necesita mucha escrupulosidad, se suelen hacer divisiones en el tubo CE por medio de las quales se juzga desde luego de los pesos específicos por los números de grados del instrumento. Mas para proceder con toda ecsactitud, y al mismo tiempo con sencillez, se hace bajar en ambos fluidos el instrumentò hasta que se sumerja en el uno tanto como en el otro, lo que se consigue añadiendo ó quitando peso á la cubeta B; por este procedimiento los volúmenes desalojados son siempre los mismos, y llamando p el peso del instrumento, en el un fluido, y $p \pm q$ el peso del instrumento junto con lo que se le ha añadido ó quitado para que se sumerja igualmente en el otro, P y P' los pesos específicos de los fluidos tendremos $P:P'::p:p \pm q$.

170 Para determinar los pesos específicos de los sólidos ha inventado *Nicholson* un instrumento análogo al de Fahrenheit, que describiremos en nuestra Mecánica; pero no por esto dejaremos de tratar en este lugar de la *balanza*

hidrostática, con que se consigue lo mismo. Este instrumento (fig. 56) consiste en *disponer de tal modo una balanza que se pueda pesar un cuerpo en el ayre libre con facilidad, y pesarle despues por medio de la misma balanza, hallándose sumergido dicho cuerpo en el agua*; se resta del peso del cuerpo en el ayre, el que tiene dentro del agua, y entónces se verifica que *el peso específico del agua es al peso específico del cuerpo sumergido, como la resta que se obtiene es al peso de este cuerpo en el ayre*.

171 Como el ayre que nos rodea por todas partes sostiene algo á los cuerpos que se pesan en él, si se quiere obtener con toda ecsactitud la relacion de los pesos específicos, es necesario descontar lo que corresponde por lo que el ayre los sostiene. Para dar un egemplo de como se egecuta esto, pondré aqui el medio de que me valí en Cádiz para averiguar el peso específico de las granadas que nos tiraron los franceses á mediados de marzo del año de 1812; pues el primer dato que hay que tomar para calcular la curva que trazaban, es el averiguar la relacion del peso específico de las granadas ó bombas con el ayre en que se habian de mover, me fue preciso hacer por mí mismo este trabajo, y voy á indicar de paso el motivo que tuve para ello. Yo tenia ya escrita en borrador la Teoría de los proyectiles contando con la resistencia del ayre, y sabía ya que los ingleses habian hecho esperimentos en Mahon hace mucho tiempo, tirando

con bombas de mayor peso específico, y habian obtenido mayores alcances; por lo qual no tuve inconveniente en decir desde que pusieron los franceses el sitio de Cádiz que habia medios para que las granadas alcanzasen desde los puntos que ocupaban; y con especialidad tuve buen cuidado de decirlo á todos los que podian tener influjo en el gobierno, para que con este conocimiento tomasen las medidas de precaucion que juzgasen convenientes. De aqui resultó, que como esta teoría aun está muy imperfecta, y solo se halla tratada con ecsactitud en algunos autores que aun no se han hecho vulgares, y que solo son conocidos de los facultativos mas sublimes en esta materia, me instaron algunos para que adelantase mis trabajos y procurase poner esta teoría al alcance de todo el mundo, evitando todo aquel aparato con que los grandes geómetras esponen sus teorías, y que los hace ininteligibles á la mayor parte de los que se deben aprovechar de sus conocimientos. Por esta causa traté de adelantar mis trabajos; y quando por marzo volvieron á arrojar granadas los franceses, me presenté al Escmo. Sr. D. Martin García Loigorri, director general de artillería, para que me permitiese ecsaminar dichas granadas, á lo qual accedió inmediatamente este digno general, mandando que se me franqueasen en la maestranza todos los ausilios que necesitase. Mas no habiendo en aquel momento granadas enteras en la maestranza de las que habian arrojado los franceses, me

presenté al Escmo. Sr. D. Cayetano Valdés, gobernador de la plaza, para que me franquease las que se hallaban en su alojamiento, en lo que no puso el menor inconveniente; con lo qual pude efectuar los esperimentos siguientes.

El dia 17 de marzo de 1812, en la maestranza de artillería de Cádiz, estando el barómetro á 27 pulgadas francesas y 10 líneas de altura, y el termómetro á los 11 grados de la division de Reaumur, pesé una granada de las arrojadas por los enemigos, que estaba cargada y con espoleta, como salió de la pieza; su diámetro era de 7 pulgadas, 8 líneas y 3 puntos franceses (*), la qual en el ayre libre pesó 74 libras, 12 onzas y 12 adarmes en pesas españolas (*).

La misma dentro del agua de algibe ó llovediza pesó 63 libras, 5 onzas y 4 adarmes. Luego perdió dentro del agua 11 libras, 7 onzas y 8 adarmes; y por lo mismo un volúmen de agua

---

(*) *Tomé estas dimensiones en medidas francesas, porque no hallé pie español de que poder hacer uso: lo que confirma todo quanto tengo dicho en varios parages de mis obras acerca del abandono que hay en nuestras medidas.*

(*) *Las pesas eran españolas, y debo confesar que la balanza ó peso en que esto se ejecutó era muy ecsacta, pues era sensible hasta á los adarmes.*

igual al de esta granada pesaba estas 11 libras, 7 onzas y 8 adarmes, ó 2936 adarmes.

Ahora, si queremos reducir el peso de la granada al que tendria en el vacío, hallaremos quanto pesa un volúmen de ayre igual al de la granada, y teniendo presente que un pie cúbico frances de ayre pesa 1,4 onzas, resulta que un volúmen de ayre igual al de la granada pesa 3 adarmes prócsimamente: por lo qual la granada en un parage donde no hubiese ayre pesaria estos tres adarmes mas; luego su peso en el vacío será 74 libras, 12 onzas y 15 adarmes, ó 19151 adarmes.

Luego tendremos
densidad de granada : densidad de agua llovediza :: 19151:2936.

Pero densidad de agua llovediza : densidad de ayre (por nuestra tabla § 43) ::

1,046 : 0,00123::850:1,

simplificando la última razon.

Luego si multiplicamos ordenadamente estas proporciones y simplificamos la primera razon, omitiendo la *densidad de agua llovediza* que es comun, resulta
densidad de granada : dens. de ayre::

19151×850:2936::5544,397:1.

La bomba sin boquillas, cuyo diámetro era de 9 pulg.^s 11 lín.^s y 3 puntos, pesó en el ayre libre 5 @, 11 lib.^s, 8 onz.^s y 8 adarmes, ó 34952 adarmes, ó añadiendo unos 4 adarmes por el peso de igual volúmen de ayre, resulta

que esta en el vacío pesará 34956 adarmes.

Dentro del agua llovediza pesó solo 4 @, 13 lib.s, 11 onz.s y 14 adarmes.

Luego desalojó un volúmen de agua, cuyo peso era de 22 lib.s, 12 onz.s, 10 ad.s, ó 5834 ad.s

De donde resulta

densidad de bomba:dens. de ayre::5093,007:1.

Una granada nuestra cuyo diámetro era de 7 pulg., 9 lín.s y 5 puntos, llena de pólvora, y con espoleta como si se fuese á arrojar, pesó al ayre libre 57 lib.s, 9 onz.s y 4 ad., ó 14740 ad., ó añadiendo 3 adarmes por lo que el ayre la sostenia, serán 14743 adar.s

Esta al pesarla en el agua desalojó un volúmen de este líquido, cuyo peso era de 11 lib.s y 2 adar.s ó 2818 adar.s

De donde resulta por el mismo método

dens. de gran. ntra.:dens. de ayre::4450,124:1.

172 Al tratar del movimiento de los proyectiles, veremos que uno de los elementos que entran en su cálculo, es la relacion que tiene el peso específico del proyectil con el del ayre en que se ha de mover, y que el mayor alcance que obtuvieron los franceses en sus granadas solo provenia de haber aumentado el peso específico del proyectil, rellenándole de plomo, ó engruesando mas la bomba, y de haber prolongado el ánima de las piezas para que comunicasen á estos proyectiles una velocidad inicial mayor que lo regular.

173 De los diversos métodos que hay de va-

luar los pesos específicos solo pondremos aqui uno que se puede comprender con facilidad, y es el de *Klapproth*; que me parece deberle manifestar, tanto porque no está descrito en ninguna obra nuestra (al menos que yo conozca), como porque juzgo que debe obtener la preferencia sobre los otros métodos en la mayor parte de los casos á causa de su sencillez, de su comodidad y de su ecsactitud. Todo el aparato que ecsige, consiste en una balanza ecsacta, y uno ó muchos frascos de cristal que cierren muy bien, y con su ausilio nos propondremos resolver algunas cuestiones.

1ª *Hallar el peso específico de un líquido.*

Primero se pone en equilibrio el frasco por medio de pesas; despues se le pesa lleno de agua destilada, teniendo cuidado de taparle ecsactamente. Luego se le llena del líquido que se ecsamina, y dividiendo el último peso por el primero, se obtiene el peso específico buscado. Supongamos que el frasco contenga 864 granos de agua destilada, y solo 673 de éter, el peso específico de este último es de $\frac{673}{864}=0{,}779$.

174 El empleo del *areómetro* para la estimacion del peso específico de los líquidos, es superfluo en virtud de lo que acabamos de manifestar. Pero es muy conveniente para averiguar la naturaleza de los líquidos mezclados, como la cerbeza, el vino, el aguardiente, las disoluciones de las sales, &c.; el peso específico muda con las proporciones de los principios consti-

tutivos, y es frecuentemente muy importante conocer para las relaciones científicas, económicas y mercantiles, quántas partes contiene un líquido de cada uno de sus principios constitutivos. Para esto se emplea ordinariamente el *areómetro*. Pero se ve fácilmente que debe tener una escala y una disposicion diferente para cada uso á que se le quiera emplear: por esta causa se le caracteriza con los nombres de *pesalicor*, de *vino*, de *aguardiente*, de *alcohol*, de *cerbeza*, &c.

175 La descripcion de uno de estos instrumentos basta para que se pueda uno representar las otras con bastante ecsactitud. Elegiremos para esto el areómetro de alcohol, cuya construccion se reduce á sumergir el areómetro ACB (fig. 57) primero en agua destilada, y se pone o en el parage hasta donde se sumerge, despues en *alcohol absoluto* (esto es, bien purificado por medio de algunas de las sales privada ya el agua de su cristalizacion y perfectamente pura), y se pone 100 en el parage hasta donde se sumerge. Despues de esto se hace una mezcla de 10 partes de alcohol y de 90 de agua; de 20 de alcohol, y de 80 de agua, &c. hasta 90 de alcohol y 10 de agua. Se sumerge el instrumento en cada una de estas mezclas, se nota hasta que profundidad se sumerge, y se señalan en la escala los números 10, 20, 30, &c. Los intervalos de estas partes son desiguales, pero como ellos no crecen sino con lentitud, se podria aun dividir cada uno de ellos en 10 partes iguales, y se ten-

dria de este modo un instrumento que indicaria inmediatamente quántas partes de alcohol estan contenidas en una mezcla de agua y de alcohol.

176 Terminaremos este punto manifestando el método ingenioso con que *Archîmedes*, que se puede considerar como el inventor de la Hidrostática, determinó la cantidad de oro y de plata que habia en una corona hecha para Hieron rey de Siracusa. Él halló que 18 libras de oro pesadas en el agua perdian una libra de su peso; 18 de plata perdian $1\frac{1}{2}$ libra; y la corona de 18 libras, que era de plata cubierta con una hoja de oro, perdió $1\frac{1}{3}$ libras. De donde concluyó en virtud de la regla de aligacion (*) que la cantidad de plata era á la de oro, como las diferencias de los tres números $1, 1\frac{1}{3}, 1\frac{1}{2}$, es decir, $=\frac{1}{3}:\frac{1}{6}=2:1$, y que por consiguiente la corona se componia de $\frac{1}{3}$ de oro y $\frac{2}{3}$ de plata, ó tenia 6 libras de oro y 12 de plata.

HIDRODINAMICA.

177 Ya hemos dicho (11) que Hidrodinámica es la ciencia que trata del movimiento de los fluidos. Acerca de este tratado diremos muy poco; porque las diversas teorías del movimiento de los fluidos son muy complicadas, y hay poca conformidad entre los resultados que ellas nos

(*) *Véase mi tratado elem. de Matem. tom. I* (§ 283).

suministran con la esperiencia. Sin embargo esta nos dice que *quando un fluido sale de un vaso por un agugero* (á que se da el nombre de *orificio*) *horizontal*, *todas las capas horizontales del fluido conservan su paralelismo al bajar*; de manera que los puntos de una misma capa tienen la misma velocidad vertical.

178 Quando *un fluido incompresible se sale de un vaso por un orificio sumamente pequeño, tiene á su salida del vaso una velocidad igual á la que se debe á la altura de la superficie superior del fluido sobre el orificio.*

De donde resulta que si llamamos h dicha altura, la velocidad estará espresada (§50) por $\sqrt{2gh}$, donde g, que espresa la fuerza de la gravedad, es igual al valor que le corresponde en la columna de la tabla (§ 48) segun la latitud.

179 De esta propiedad resulta que si al orificio se le diese una direccion vertical, y se prescindiese de la resistencia del ayre, el fluido se elevaria á la misma altura. En esto es en lo que consiste toda la teoría de los *surtidores* con que se suelen adornar los patios, jardines, paseos, &c., y que presentan un aspecto sumamente hermoso y variado. Todo el artificio consiste en poner un depósito de agua en un parage qualquiera que se comunique por medio de una cañería con la pila en que está el surtidor; y resulta que el agua que sale por el surtidor debe subir casi á la misma altura á que es-

tá en el depósito: y segun sea la disposicion del surtidor, así resultan todas las variedades que se notan en este género de adorno que tanto admira á los ignorantes, y que tan fácil es de egecutar, como hemos dicho. Son nombrados en todo el globo por su variedad y bella disposicion los surtidores del palacio de nuestros reyes en los jardines de la Granja.

180 Puesto que la velocidad del fluido al salir por un orificio muy pequeño está representada (§ 178) por $\sqrt{2gh}$, resulta que si llamamos K la superficie del orificio, en cada unidad de tiempo saldrá una cantidad de fluido espresada por $K\times\sqrt{2gh}$; y si llamamos Q al volúmen que sale en el tiempo t, se tendrá

$$Q=t\times K\sqrt{2gh}.$$

181 En esta equacion entran quatro cantidades diferentes Q, K, t, h, puesto que g es determinada en cada parage; luego por medio de dicha equacion podremos determinar una qualquiera de dichas cantidades si se nos dan conocidas las otras tres; pues despejándolas en dicha equacion, resulta

$$K=\frac{Q}{t\sqrt{2gh}},\ t=\frac{Q}{K\sqrt{2gh}},\ h=\frac{Q^2}{2gK^2t^2}.$$

182 Si espresamos con letras acentuadas las cantidades que convienen á otro vaso, tendre-

mos $Q' = K' \times t' \times \sqrt{2gh'}$; y formando proporcion, se tendria

$$Q:Q'::K\times t\times\sqrt{2gh}:K'\times t'\times\sqrt{2gh'}::$$
$$K\times t\times\sqrt{h}:K'\times t'\times\sqrt{h'},$$

que si suponemos $t=t'$, se nos convertirá en

$$Q:Q'::K\sqrt{h}:K'\sqrt{h'};$$

la qual nos dice que, á *igualdad de tiempos, las cantidades de fluido que salen son como los productos de las superficies de los orificios por las raices quadradas de las alturas.* Luego si por esperiencia se tiene conocida la cantidad de fluído que sale de un vaso, se podrá conocer por esta proporcion la cantidad que sale de otro qualquiera.

183 Quando el fluido no permanece constantemente á una misma altura en el vaso, esto es, quando el fluido que sale no se reemplaza por nuevo fluido que entra, su velocidad á la salida disminuye gradualmente á medida que el fluido baja en el vaso. Si el vaso es un prisma ó cilindro vertical en que la superficie de la base sea S, la del orificio K, y h la altura, el tiempo en que se vacia totalmente está espresado por la

equacion $t=\frac{S}{K}\sqrt{\frac{2h}{g}}$.

184 Terminaremos este punto manifestando que la teoría que enseña á conocer el tiempo en que se vacian los vasos puede servir muy bien

para medir el tiempo, como lo hacian los antiguos por los reloges de agua á que llamaban *clepsydros*. Á estos reloges se les daba diferentes figuras adornadas y variadas, ya fuese con el objeto de causar admiracion á la vista, ó de formar un espectáculo agradable. La cuestion reducida á los principios de la Hidrodinámica, es saber medir el tiempo que la superficie de un fluido emplea en bajar de una altura propuesta en un vaso de una forma determinada.

Las ideas del agua que corre y el tiempo que huye, ofrecen imágenes agradables y comparaciones de que la filosofía y la poesía no pueden dejar de aprovecharse. El clepsydro de Ctesipo ofrece un egemplo interesante de la mas feliz imaginacion. No puede uno menos de sentir una melancolía interior agradable al ver escaparse el agua en forma de lágrimas de los ojos de una figura que parece pagar este tributo de disgusto á los instantes que se escapan. Este agua va á parar á un depósito vertical, donde hace subir á otra figura que tiene una varilla, por medio de la qual y de su ascension gradual indica las horas sobre una columna.

El mismo fluido sirve despues de motor en lo interior del pedestal á un mecanismo que hace dar á la columna una vuelta al rededor de su ege en un año, de modo que el mes y el dia en que uno está, se encuentra siempre bajo el índice, cuyo estremo corre á lo largo de una vertical dividida convenientemente.

Aunque ahora los clepsydros no pueden ser tan útiles como los reloges, no hemos querido omitir este párrafo, para que los principiantes fijen bien su atencion sobre aquella sublime idea de lo sensibles que nos deben ser los instantes que se pierden: pues á nadie interesa tanto como á los jóvenes el persuadirse lo mas pronto posible de esta verdad, por las buenas consecuencias que les puede originar.

185 Se ha reconocido por esperiencia que quando un fluido incompresible se sale de un vaso por una abertura de una figura qualquiera, el chorro no forma una figura prismática, sino que disminuye sensiblemente desde el orificio hasta una cierta distancia, pero diferente en el mayor número de los casos del ancho del orificio: á esta diminucion se le llama *contraccion de la vena fluida*: la esperiencia enseña que quando el agua sale de un vaso por un pequeño orificio hecho en su pared, el gasto efectivo viene á ser 0,62 del gasto que se calcula por la teoría sin atender á dicha contraccion.

186 Nos detendremos un solo instante para ecsaminar la caida y la elevacion vertical de los cuerpos sólidos en el agua.

Si un cuerpo que pesa 8 adarmes no desaloja sino 7 de agua, cae al fondo del vaso. Sin embargo, como la masa de 8 adarmes no se pone en movimiento sino por la fuerza de un solo adarme, caeria á la verdad con un movimiento uniformemente acelerado si el agua no hiciese

ninguna resistencia ; pero su movimiento sería, así como la fuerza que obra sobre él, 8 veces menor que en el vacío ; ademas como el agua le resiste en su caida, su aceleracion se debilitará á cada momento, y llegará á ser muy pronto nula. En efecto, debe llegar un caso en que la resistencia del agua quite al cuerpo justamente tanta velocidad como le comunica la fuerza aceleratriz de la pesantez. Despues de este momento el cuerpo cae con un movimiento perfectamente uniforme ; este momento llega tanto mas pronto quanto el peso específico del cuerpo difiere menos del del agua.

En un cuerpo menos pesado que el agua sucede lo mismo al elevarse. Si el líquido no hiciese ninguna resistencia , subiria con un movimiento perfectamente acelerado , pues que la fuerza que le eleva es invariable. Pero la resistencia del ayre debe producir aqui justamente el mismo efecto que en el caso anterior.

En un vaso un poco elevado se pueden hacer visibles estas dos clases de movimiento, por medio de cuerpos que sean solamente un poco mas ligeros ó un poco mas pesados que el agua.

Del barómetro, termómetro, pirómetro, higrómetro, pluviómetro, anemómetro, atmidómetro, electrómetro y *eudiómetro*: y de algunos hechos físicos que debe conocer toda persona bien educada.

187 Si queremos sacar utilidad de nuestras observaciones físicas, para que en lo sucesivo puedan servir á los demas, ó en general para poder hablar con acierto sobre el estado de nuestra atmósfera en determinado momento, es necesario observar á un mismo tiempo su estado con los instrumentos siguientes: 1º un *barómetro* que nos manifieste la presion del ayre; 2º un *termómetro* que nos dé á conocer el grado de calor ó de frio; 3º un *higrómetro* ó *nociómetro* que nos indique la humedad del ayre; 4º un *eudiómetro* para conocer la salubridad ó la cantidad de ocsígeno que contiene; 5º un *electrómetro* para saber el estado de electricidad del ayre, tanto positivo como negativo; 6º un *anemómetro* que nos señale la direccion, duracion, y, si puede ser, la velocidad del viento; 7º un *pluviómetro* que nos indique la cantidad de lluvia; y 8º un *admidómetro* que nos indique la cantidad de agua que se evapora.

Nos proponemos reunir en este capítulo unas ligerísimas noticias acerca de todos estos instrumentos, que se conocen con el nombre de meteorológicos, porque sirven para indicar los di-

versos fenómenos que se nos presentan á la vista.

188 Para esto recordaremos que á la masa de ayre que rodea á la tierra por todas partes se le llama *atmósfera*; la atmósfera no se estiende demasiado; su altura se valúa en unas 90000 varas, ó al menos á esta altura el ayre se hallaria tan ralo como en el vacío que se obtiene en las mejores máquinas neumáticas. Los antiguos, y principalmente los escolásticos, decian que el ayre no pesaba; pero *Torricelli* tomó un tubo de vidrio cerrado herméticamente por un lado, le llenó de mercurio, le tapó con el dedo por el otro lado; le invirtió y colocó sobre una cubeta tambien con mercurio, como se ve en la (fig. 58), y observó que el mercurio no bajaba, sino que permanecia en el tubo sobre el nivel del de la cubeta una cantidad que equivalia sobre poco mas ó menos á 28 pulg.^{s} franc.^{s} ó $32\frac{1}{2}$ esp.^{s}: de aqui dedujo que la causa que le sostenia en aquella altura era la presion que la atmósfera egercia sobre el mercurio de la cubeta: los escolásticos aun no se querian convencer, y para sostener sus delirios, suponian que la naturaleza *tenia horror al vacío*; y no convenciéndoles la razon de porque este horror no se estendia en el mercurio hasta mas que 28 pulgadas francesas, y en el agua hasta 32 pies franceses, al fin la razon que les hizo mas fuerza fue el que destapando el tubo por arriba, bajaba todo el mercurio del tubo al mismo nivel que el de la cubeta. Este esperimento que *Torricelli* hizo en Flo-

rencia en 1644, no solo sirve para probar que el ayre egerce una presion sobre el mercurio de la cubeta, sino que da tambien la verdadera medida de esta presion; la qual es equivalente á la presion de una columna de mercurio de la altura EF. Luego si detras del tubo colocamos una escala graduada que nos dé á conocer la longitud ecsacta de dicha columna EF (fig. 58), tendremos un instrumento que nos servirá para medir el peso de la atmósfera en cada instante: este es el instrumento que se conoce con el nombre de *barómetro*. Se han hecho de diferentes formas para que sean comparables entre sí; pero en el dia se reputa por la mejor la de los que hemos descrito en nuestra Geometría práctica, porque los hace fáciles de transportar.

189 Sobre este punto debemos decir que aun no hace dos siglos que la Física se ha enriquecido con este precioso instrumento, y son ya inumerables las utilidades que de él se han sacado. La presion que el ayre egerce es variable; pero tiene límites constantes que se estienden á poco mas que dos pulgadas: luego que se inventó el barómetro, principiaron los barometreros á adornarlos con una multitud de letreros que decian *lluvia*, *viento*, *sereno*, *nieve*, *variable*, &c.: este es un error, pues aunque en general se puede decir que los mayores descensos corresponden á lluvia ó nieve, y los ascensos á sequedad, no obstante el poner estos letreros nace de un principio equivocado, pues

una altura determinada no puede indicar en todas ocasiones un mismo estado de la atmósfera: ahora observando diariamente este instrumento es muy fácil pronosticar de un dia para otro el tiempo que hará.

190 Por medio de este instrumento se miden con bastante ecsactitud las alturas de los parages; porque si colocamos el barómetro en un valle, tendrá el mercurio en él una determinada altura; llevándole despues á un monte, como sobre la cubeta ya no cargará toda la masa del ayre que hay entre el cúspide de la montaña y el valle, la elevacion del mercurio en el barómetro será menor.

191 En nuestra Geometría práctica (§ 675 del tom. I.) hemos dado una regla la mas sencilla que se conoce para medir las alturas con el barómetro; ahora pondremos aqui otra bastante sencilla tambien, y reservamos para nuestra Mecánica el tratar esta teoría con la estension que ecsige su importancia.

La regla que nos proponemos ahora dar es la de *De-Luc*, que ha sido acaso el que ha hecho mas investigaciones prácticas y profundas, y és la siguiente: *Obsérvese á un mismo tiempo en los dos parages cuya altura se quiere medir, el estado del barómetro con un instrumento muy ecsacto, observando al mismo tiempo la temperatura del ayre en los dos parages con termómetros ordinarios. Las dos alturas del barómetro se reducen á líneas francesas; se restan los*

logaritmos de estos dos números de líneas; la resta se multiplica por 10000, es decir, que se corre la coma quatro lugares á la derecha; y el resultado espresará en toesas francesas la altura buscada. Si llamamos b la menor altura del barómetro espresada en líneas francesas, a la mayor altura del mercurio en el barómetro, y x la altura geométrica ó el desnivel de dichos parages espresado en toesas, se tiene la regla anterior en la siguiente equacion: $x = 10000\,(\log.\, b - \log.\, a)$. En muchos casos se necesita hacer una correccion, que consiste en buscar la temperatura media entre las de los dos parages, sumando las alturas termométricas de ambos parages y tomando la mitad. Si esta temperatura media se halla ser justamente $16°\frac{3}{4}$ de la escala de Reaumur, á cuya temperatura le llama *De-Luc temderatura normal*, no hay necesidad de hacer ninguna correccion. Sino sucede así, es necesario añadir por cada grado sobre dicha temperatura $\frac{1}{215}$ de la altura hallada, y quitar la misma cantidad para cada grado inferior á la temperatura normal.

192 Al observar la altura del mercurio en el barómetro se debe tener presente que se ha de determinar por el punto mas alto de su convecsidad, y no como hacen algunos por el punto por donde principia á separarse el mercurio del tubo.

193 Debemos advertir que en todos los parages al nivel del mar, la altura media del mer-

curio en el barómetro es de 28 pulgad.[s] franc[s]. ó 32,64 esp.[s] Sobre este punto observaremos, que en todas las naciones de Europa, escepto Inglaterra, se ha usado en los barómetros de la medida francesa; y entre nosotros se ha estendido esta costumbre, indecorosa para una nacion como la nuestra, hasta un grado tal que apenas son conocidas nuestras pesas y medidas aun entre las personas que tienen obligacion de saber: y ha llegado hasta un estremo que he presenciado algunos lances que el decoro nacional no me permite estampar. Por esta causa repito que no se estrañe el que siempre nombre yo la clase de medidas de que hablo; y para que no se crea que este modo de pensar mio nace ahora de las circunstancias, indicaré que en todas las ocasiones he pensado del mismo modo. En efecto, todos los instrumentos que se construyeron bajo mi direccion para el real seminario de nobles de Madrid, estaban arreglados á medidas españolas, y se puede ver un egemplo hasta en los barómetros que describo en mi Geometría práctica. El tratar de sacudir esta especie de tiranía, y el no querer ocuparme en traducciones con que se ha querido conseguir apagar el espíritu nacional, me ocasionó en Madrid varios émulos, y me perjudicó algun tanto en mis adelantamientos; pero al fin tengo la satisfaccion de haber sostenido siempre por mi parte el decoro de esta nacion. No por esto se debe creer que soy enemigo de la ilustracion á que han lle-

gado los franceses en el dia ; antes por el contrario, he tenido bastantes obstáculos que vencer para poder publicar mi tratado elemental de Matemáticas, en que presento, concilio y aclaro todas las nuevas teorías: y lo que únicamente quiero destruir es aquella mácsima errónea tan seguida por nuestros pedantes y por el vulgo literario, de que *solo es bueno lo inventado mas allá de los Pirineos*; pues mas allá de estos montes se han cometido errores de marca mayor, y á que por ningun título se debe asentir.

Añadiré aqui una circunstancia que es muy digna de atencion. En el (§ 675) del tomo I. de mi tratado elemental de Matemáticas, decia hablando de las fórmulas para medir las alturas por el barómetro: "Pero como todas estas fórmulas dependen de la latitud del lugar, por una observacion á que me parece no han atendido bastante los físicos, resulta que las fórmulas sacadas en un pais no sirven para otro." Y por nota añadia que D. Juan de Peñalver tenia indicado un método para deducirla, y que solo necesitaba unas observaciones que yo me proponia egecutar, y que hubiera efectuado á no haber ocurrido las presentes circunstancias; pero como ya este trabajo está hecho por Laplace en el quarto tomo de su Mecánica celeste, pondremos aqui el resultado que saca contando con toda clase de correcciones relativas á la latitud, á la variacion de la pesantez, á las atracciones de las montañas, al estado higrométrico del ayre y á

la diminucion del calor, que es el que se ve en el pliego último señalado con (A), en el qual ψ espresa la latitud del lugar, t y t' las temperaturas en las dos estaciones, (h) la altura barométrica inferior, h la superior, r la diferencia de nivel entre las dos estaciones, y a el radio terrestre que gradúa en 6366198 metros. Pero como en el segundo miembro entra tambien r, que es la cantidad que buscamos, advierte el autor que por r se substituya el valor en que se convierte el segundo miembro suponiendo $r=0$.

Biot en la segunda edicion de su Astronomía física deduce esta fórmula (B) atendiendo á todas las correcciones, en la qual X espresa la diferencia de nivel entre las dos estaciones; ψ la lalitud del lugar; h y t la altura barométrica y la temperatura en la estacion superior: H y T las cantidades análogas para la estacion inferior; r la altura de esta misma estacion sobre el nivel del mar espresada en metros; y a el radio medio de la tierra espresado tambien en metros.

Esta fórmula se puede simplificar considerablemente determinando el coeficiente constante de modo que satisfaga á la correccion relativa al decremento de la pesantez; con lo qual obtiene el mismo Biot la que se ve en (C).

Esta fórmula tiene toda la ecsactitud que se puede esperar de las observaciones barométricas. Comparada con la espresion rigorosa de X no daria sino quatro metros de error en la altura del Chimborazo, que es de 5879 metros, segun

las observaciones del baron de Humboldt.

194 Por solo el barómetro que indica el peso del ayre no se puede formar una idea ecsacta del estado de la atmósfera, ya porque el calor dilata el mercurio del tubo, ya porque tambien influye sensiblemente en el estado del ayre. Por esta causa se ha inventado un instrumento para medir los grados de calor. Este instrumento se llama *termómetro*, y es el que se halla representado en la (fig. 59): el primero que le inventó fue un holandes llamado *Drebbel* á fines del siglo XVI, y al principio era muy imperfecto. En el siglo XVII los académicos de Florencia mejoraron considerablemente el modo de construirlos; en fin, á principios del siglo XVIII *Fahrenheit* en Dantzick y *Reaumur* en Francia descubrieron al mismo tiempo los principios ecsactos de su construccion.

195 El modo que en el dia se reputa por el mejor para construirlos, consiste en hacer por medio de la lámpara del esmaltador, una esfera hueca de vidrio al estremo de un tubo de vidrio que sea bien cilíndrico en su interior; en este tubo se echa una porcion determinada de mercurio que ocupe la esfera y parte del tubo, el qual se hace herbir dentro de la misma esfera poniéndola al fuego para purgarle bien de ayre; quando está hirbiendo, se cierra el tubo herméticamente por el otro estremo. Despues se deja enfriar; y se coloca la esfera del instrumento en el hielo, é inmediatamente se nota que el mer-

curio baja, pero solamente hasta un cierto punto G, donde permanece invariablemente fijo mientras que el hielo se deshace: este punto se señala, y se llama *punto de la congelacion natural.* Despues se coloca la misma esfera en el agua hirbiendo, y se ve que el mercurio sube hasta una cierta altura E, que se llama *punto de ebulicion*, y permanece constantemente en este punto mientras que la bola permanece dentro del agua hirbiendo. La distancia GE entre los dos puntos hallados se llama la *distancia fundamental.* Este tubo se sujeta á una planchita que conviene que sea de metal, sobre la qual se divide la distancia fundamental en 80 partes, se pone 0 en G y 80 en E, y se continúa señalando partes iguales mas arriba de E y mas abajo de G. La descripcion que hemos hecho propiamente es la de *Deluc*, que substituyó el mercurio al espíritu de vino que usaba Reaumur.

196 Si la distancia fundamental GE en vez de dividirla en 80 partes iguales, se divide en 180 partes iguales, y debajo de G se señala un punto K que diste 32 de estas partes de G, y se pone 0 en él, se tendrá la construccion de *Fahrenheit*: este punto K se llama el *punto de la congelacion artificial*, y desde él hasta E, que es el punto de ebulicion, hay 212 partes iguales. Los franceses quando trataron de arreglar su sistema de pesos y medidas trataron de hacer todas las subdivisiones de los pesos y medidas en partes decimales, y por lo mismo dividieron

tambien la distancia fundamental del termómetro en 100 partes iguales, á cuyo termómetro se llama *termómetro centígrado.*

197 El termómetro de ayre consiste en un tubo ABC (fig. 60) recurvo en B y terminado en una esfera C. Parte de la esfera se llena de ayre, y el resto contiene mercurio, que sube sobre poco mas ó menos hasta la mitad del brazo mas largo del tubo. Quando el ayre que se halla en C se calienta, se dilata, y el mercurio se eleva, y quando se enfria vuelve á bajar. Si se determinan los puntos de la congelacion y de ebulicion como se ha dicho antes (§ 195), y se divide la distancia fundamental en 370, se tiene el termómetro de ayre de *Lambert.*

198 El mercurio tiene unas ventajas conocidas para los usos termométricos sobre el espíritu de vino, y son: 1.ª que antes de herbir ó de ponerse en estado aëriforme, es susceptible de mas calor que todos los demas fluidos; y haciendo uso de él se puede prolongar la escala sobre el punto de ebulicion hasta 252 grados de *Deluc* y 600 de *Fahrenheit*. Por debajo del punto de la congelacion se puede prolongar hasta 32 grados de *Deluc* y 40 de *Fahrenheit*. Á este grado de frio el mercurio se congela y se pone en estado sólido; pero este es un grado de frio que no se produce jamas en nuestra atmósfera, y que solo se ha podido conseguir, y muy raras veces, artificialmente; 2.ª el mercurio se puede obtener perfectamente puro y de iguales propiedades con

mas facilidad que ningun otro fluido, y por consiguiente los termómetros de mercurio se pueden hacer comparables los unos con los otros, con mucha mas facilidad que los que se construyen usando de otros fluidos; 3ª el mercurio es mas sensible á la accion del calor que qualquiera otro fluido, es decir, que señala mas pronto los efectos del calor y del frio; 4ª su ventaja esencial consiste en que su dilatabilidad es casi proporcional á la marcha efectiva del calor, al menos entre los puntos de la ebulicion y de la congelacion.

199 Como en llegando el mercurio á herbir ya no es susceptible de adquirir mas calor, como sucede en el agua y en los demas líquidos, resulta que el termómetro no es suficiente para determinar los grados grandes de calor, y han tenido que inventar otros para este efecto, á los quales se les da el nombre de *pirómetros*. La mayor parte de los que se han inventado hasta ahora están fundados sobre la dilatacion de los cuerpos sólidos, y principalmente sobre la de los metales; pero todos estos instrumentos son aun bastante imperfectos. El mejor de todos es el que ha inventado *Wedgevood*, que está fundado en una propiedad opuesta. La *arcilla* pura, y todas las vasijas de barro, parece que se separan de la ley de la dilatacion de los cuerpos por el calor. Los pedazos de arcilla que no se han secado al ayre, se comprimen con el calor tanto mas quanto este es mas intenso; y quando se enfrian no

vuelven á tomar el volúmen primitivo. Esto proviene de que la arcilla sèca contiene aun una cierta cantidad de agua que el calor le va disipando poco á poco. En virtud de esta observacion Wedgevood hizo preparar tubos de arcilla de dimensiones ecsactamente determinadas; los espuso al calor que queria medir colocándolos en un crisol; despues de haberlos tenido alli algun tiempo los sacaba y medía la diminucion de su diámetro, por cuya diminucion formaba idea del grado de calor. Para determinar este grado se sirvió de una escala particular; pero que es comparable con la de *Deluc* y *Fahrenheit*. Hé aqui algunos puntos notables de las escalas pirométricas y termométricas.

Grados del pirómet.º	*Deluc.*	*Fahrenheit.*	*Wedgevood.*
El hierro se enrojece á.	+ 464	+ 1077	
Fusion del cobre. .	+2024	+ 4587	27
—— de la plata. .	+2082	+ 4717	28
—— del oro. . .	+2315	+ 5237	32
Calor necesario para que se incorporen en una sola varias barras de hierro. .	+5953	+13427	95
Grado estremo de calor de una fragua..	+7687	+17327	125
Fusion de la fundicion de hierro. . .	+7976	+17977	130

Grados del termómetro.	*Deluc.*	*Fahrenheit.*	*Wedgevood.*
Mercurio congelado.	— 32	— 40	
Una mezcla de partes iguales de nieve y de amoniaco. . .	— $14\frac{2}{9}$	∓ 0	
Agua helada.	+ 0	+ 32	
Cavernas profundas, calor suave ó dulce de la primavera. . .	+ 10	+ 54	
Calor moderado del estío.	+ 14	+ 64	
Inflamacion del fósforo.	+ 20	+ 77	
Calor de la sangre humana.	+ 30	+ 99	
Fusion de la cera. .	+ 48		
Ebulicion del alcohol, ó espíritu de vino.	63		
Ebulicion del azufre.	+ 90		
Fusion del zinc. . .	+ 164		
—— del bismuto.	+ 190		
—— del plomo. .	+ 209		
Ebulicion del mercurio.	+ 252		

Biot en estos últimos años ha ideado otro medio de determinar los grados grandes de calor, fundado en este principio que ha demostrado por la esperiencia, á saber, *que quando una barra metálica se espone al ayre en reposo, se introduce por uno de sus estremos en un parage de temperatura constante, las elevaciones de temperatura de cada punto decrecen en progresion geométrica quando las distancias al fócus estan en progresion aritmética.*

200 Aun no son suficientes el barómetro y termómetro para conocer bien el estado de la atmósfera; es necesario aun hacer uso del *higrómetro*, *pluviómetro* y *anemómetro*. El *higrómetro* ó *higróscopo* sirve para medir el grado de humedad que hay en el ayre; el *pluviómetro* para medir la cantidad de agua que llueve, y el *anemómetro* ó *veletas* sirve para medir la direccion del viento, y que convendria que se dispusiese de modo que midiese tambien su velocidad. Sin las observaciones de todos estos instrumentos reunidos, en vano se podrán tener esperimentos ecsactos, y jamas la agricultura sacará todo el partido que pudiera. Véase en mi Geometría práctica la facilidad con que por la situacion geográfica de toda la estension de la monarquía española, se podria reducir á ciencia ecsacta la agricultura, que es la mas interesante de todas, pues que de ella depende directamente el sustento de todos los hombres.

201 El agua puede hallarse en el ayre de

dos modos. Puede nadar en él solamente dividida en partículas muy tenues, sin haber tomado realmente el estado gaseoso ó elástico; ó puede estar perfectamente disuelta, y haber tomado en efecto el estado aëriforme.

El vapor visible que se eleva de los líquidos que se ponen al fuego, se forma de pequeñas burbujas que se pueden aun distinguir con el microscopio.

202 Quando se pone agua en una vasija ancha y se espone al ayre, disminuye poco á poco y desaparece pronto, porque se disuelve en el ayre. Entre los instrumentos que se han imaginado en estos últimos tiempos para medir la humedad del ayre, ó el agua que hay disuelta en él, solos dos merecen verdaderamente el nombre de *higrómetros*: el de *Saussure*, y el mas moderno de los de *Deluc*.

203 En el de Saussure el cuerpo *higroscópico* es un cabello despojado de todas las sustancias grasas, por medio de la ebulicion en una débil disolucion de potasa. En el otro es un filamento de ballena que no se debe cortar en la direccion de su longitud, sino en la direccion de su ancho en un pedazo mas considerable. (En el antiguo higrómetro de Deluc, el marfil era el cuerpo higroscópico). El cabello y la ballena se alargan por la humedad, y se contrahen por la sequedad. Lo demas de estos instrumentos no se diferencia en mucho. El hilo higroscópico está sujeto sólidamente en ambos por uno de sus estremos; el

otro estremo está unido á una aguja muy móvil, que por un lado está atraida por este hilo, y por el otro por un pequeño peso. Esta aguja indica por sus movimientos sobre un arco de círculo graduado, lo que se ha encogido ó alargado el hilo higroscópico.

204 La ventaja esencial de estos dos higrómetros consiste en que los dos fisicos que los han inventado, han procurado darles dos puntos fijos, que fuesen los de la mayor sequedad y los de la mayor humedad, y por consiguiente han hecho escalas comparables entre estos dos puntos. *Lambert* habia tenido ya esta idea, pero no habia conseguido ponerla en egecucion tan ecsactamente.

205 Los dos fisicos determinan el punto de *sequedad absoluta*, colocando el instrumento debajo de una gran campana de cristal con sales bien secas al fuego, y dejándole en esta situacion mientras que se pudiese notar algun encogimiento en el cuerpo higroscópico.

206 El punto de la mayor humedad se determina de diversos modos en cada higrómetro. Deluc sumerge su instrumento en el agua, y le deja alli hasta que el filamento de ballena no se pueda estender mas. Saussure suspende el suyo debajo de una campana cuyas paredes estan mojadas con agua, y coloca la misma campana sobre un depósito de agua. Las distancias que se hallan entre los dos puntos fijos, se dividen en iecn partes iguales en ambos aparatos. En la so-

ciedad se suelen presentar estos higrómetros, bien sea por frayles que indican con su capucha la humedad que hay, ó de otras formas raras; pero estos no pueden servir para suministrar datos fijos sobre el estado de la atmósfera, y sí solo para indicarle por mayor.

207 De todo esto resulta, que el prolongarse el tubo higroscópico indica que él ha robado agua al ayre; su encogimiento, que él se la ha cedido; y el estado de reposo, que se ha verificado el equilibrio hygrométrico, ó que hay tanta agua en el uno como en el otro.

208 El *anemómetro* ya hemos dicho es un instrumento que sirve para estimar la direccion y fuerza del viento; y los hay de diversas maneras. Unos consisten en una placa móvil sobre el limbo graduado de un quarto de círculo: se supone que el viento sopla perpendicularmente sobre esta placa móvil, y su fuerza se indica por el número de grados que le hace correr.

Wolfio en su curso de Matemáticas presenta la construccion de un *anemómetro* que se mueve por medio de quatro alas semejantes á las de un molino de viento; en lo interior hay un peso colocado de un modo que se equilibra con la fuerza del viento, la qual se señala por una aguja sobre un quadrante de círculo que está dividido en partes iguales. Esta máquina no parece muy ecsacta.

209 Mr. d'Ousembray ha dado la descripcion de un anemómetro de su invencion, por me-

dio del qual dice que señala sobre un papel, no solo los vientos diferentes que han soplado en 24 horas, con espresion del tiempo en que han principiado y cesado de reynar, sino aun las fuerzas ó velocidades de estos vientos.

210 Se da el nombre de *pluviómetro* ó *udómetro*, á un instrumento que sirve para averiguar la cantidad de agua que cae en un pais sobre una superficie determinada. Sus dimensiones son arbitrarias: el del P. Cotte se reduce á una vasija de hoja de lata barnizada, que tiene un pie en quadro de superficie, y tres pulgadas de altura: se le da un poco de inclinacion ácia uno de sus ángulos, al qual se adapta un cañoncito que se ajusta con otro cerrado en el estremo inferior, y baja adonde se quiere. Despues que ha llovido se tiene cuidado de quitar el tapon del estremo inferior del caño, por el qual sale el agua y se recoge en un vaso de figura cúbica, de una capacidad conocida y subdividida en partes iguales del tamaño que mas convenga. Para que la observacion sea ecsacta, debe colocarse el instrumento de modo que solo reciba el agua que cae en su superficie.

De las observaciones que se han hecho sobre la cantidad de lluvia en diversos parages, resulta por término medio una columna de agua de unas 30 pulgadas; es decir, que el agua que cae en lluvia durante un año, equivale á una columna de agua cuya superficie es la del parage propuesto, y cuya altura es de unas 30 pulgadas.

211 Se llama Atmidómetro, que quiere decir *medida de vapores*, al instrumento con que se observa la cantidad de agua que se evapora anualmente. Se reduce á una vasija de dimensiones conocidas, llena de agua, en medio de la qual se fija una escala cuya altura no escede á la de los bordes de la vasija que está dividida en lineas y fracciones de linea, señalando cero en el punto en donde llega el agua al principio de la observacion. Para determinar puntualmente la cantidad de agua que se evapora en un tiempo determinado de la superficie de un lago ó rio, es preciso en quanto fuere posible que el *atmidómetro* se halle en las mismas circunstancias que las aguas con que se compara; esto es, que se halle rodeado de agua por todas partes; para lo qual es necesario que se coloque, si se puede dentro del agua con que se coteja, hasta la altura de la que contiene. Sino se puede así, se introducirá en la tierra hasta la misma altura, y que esté como el agua con que se le compara, espuesto al sol, á los vientos, y á todas las vicisitudes del ayre. Reuniendo todo quanto se ha observado con mayor ecsactitud sobre este punto, se halla que la cantidad media de agua que se evapora al año es igual á una capa de 45 pulgadas de grueso, é igual en superficie á la de nuestro globo; donde se ve que la cantidad que se evapora es mucho mayor que la de lluvia, y que por lo mismo, la evaporacion es suficiente para suministrar no solo el agua de la lluvia,

sino tambien la de los demas metéoros aquosos.

212 Por último concluiremos este asunto indicando que ademas se deben hacer observaciones con el *electrómetro*, que sirve para medir la electricidad que hay en el ayre; el *eudiómetro* que sirve para conocer su grado de salubridad, ó para averiguar la cantidad de ocsígeno que hay en una masa de ayre qualquiera. Y si queremos completar nuestras observaciones para que de ellas se saque toda la utilidad posible, deberemos observar (al mismo tiempo que todos los instrumentos indicados) la *inclinacion* y la *declinacion* de la brújula.

Idea general de las sustancias simples que se conocen, y de algunos hechos físicos importantes, juntamente con la descripcion de las bombas para sacar agua.

213 La esperiencia manifiesta que un cuerpo obra sobre nuestros sentidos y sobre los otros cuerpos, de un modo diferente de aquel con que obra otro, y en esto es en lo que consiste la *variedad material de los cuerpos*, que es sumamente grande.

214 Hasta el presente se ha procurado esplicar este fenómeno únicamente por el supuesto de que las pequeñas partículas de los cuerpos son acaso de una misma naturaleza material, y que varían solamente de magnitud, de forma, de situacion y de colocacion entre sí en los diferen-

tes cuerpos; pero esta hipótesis ni es suficiente ni probable.

215 La esperiencia es la única guia ecsacta en la Física; y por lo mismo vamos á poner aqui un corto resúmen de los resultados de estas investigaciones.

Para lo qual observaremos que casi todos los cuerpos que nos presenta la naturaleza, se componen de sustancias heterogeneas: por egemplo el *cinabrio* se compone de azufre y de ócside de mercurio: á estas sustancias se las caracteriza con el nombre de *principios constitutivos*. Muchas veces los principios constitutivos de un cuerpo se pueden descomponer en otros *principios constitutivos*, que con relacion al cuerpo primitivo se deberán llamar *remotos* por oposicion á los primeros que se llaman *inmediatos* ó *prócsimos*: por egemplo, el ócside de mercurio se descompone en mercurio y ocsígeno. Sin embargo el químico acaba siempre por encontrar materias que no puede descomponer, ya sea porque ellas se encuentren en efecto en su estado simple, y por consiguiente indescomponibles, ya porque carezca aun de medios para descomponerlas mas.

216 Desde Aristóteles hasta fines del siglo XVIII se ha sostenido por los escolásticos que las sustancias simples eran quatro, que caracterizaban con el nombre de *elementos*, y eran el *agua*, la *tierra*, el *ayre* y el *fuego*: pero á principios de este siglo en que estamos contaban los

químicos hasta quarenta y quatro de estas sustancias ponderables é indescomponibles de que se forman todos los cuerpos, y eran las que se contienen en el siguiente

Catálogo de las sustancias simples.

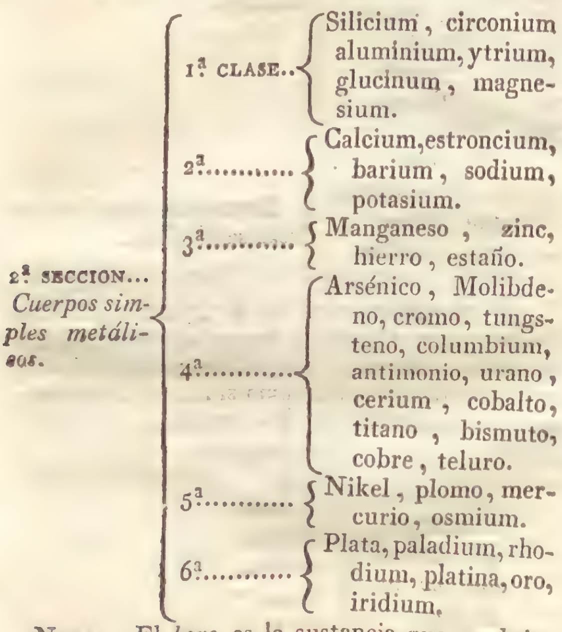
Luz. Calórico. Ocsígeno. Azoe. Hidrógeno.	Sustancias simples que pertenecen á los tres reynos de la naturaleza, y pueden considerarse como verdaderos elementos de los cuerpos.
Azufre. Fósforo. Carbono.	Sustancias simples, no metálicas ocsidables y acidificables.
Radical muriático. Radical fluórico. Radical borácico.	Sustancias mas bien desconocidas todavía que simples. Pero en la Química no se pasa á llamar compuesto lo que no se ha podido aun descomponer.

Antimonio. Arsénico. Bismuto. Cobalto. Cobre. Cromo. Estaño. Hierro. Manganeso. Mercurio. Nikel. Molibdeno. Osmio. Oro. Plata. Platino. Plomo. Rhodio. Telurio. Titano. Tunsten. Urano. Zinc. Iridio.	Sustancias simples metálicas ocsidables y acidificables.
Cal. Magnesia. Barita. Estronciana. Alúmina. Sílice. Circonia. Glucina. Ytria.	Sustancias simples terreas salificables.

En el estado actual de la Química, ademas de las quatro sustancias imponderables calórico, lumínico, eléctrico y magnético, y del ocsígeno, se consideran tambien como simples las siguientes, que se dividen en dos secciones:

1.ª SECCION... *Cuerpos simples no metálicos.*	Hydrógeno. Bore. Carbono. Fósforo. Azufre. Azoe. Yode. Clore. Fluor.

Los de la segunda seccion, que comprende las sustancias metálicas, se subdividen en seis clases segun su mayor afinidad para descomponer el agua, atendiendo á la temperatura en que se verifica esta descomposicion; y principiando por las de menor afinidad, son las siguientes:



2ª SECCION... *Cuerpos simples metálicos.*	1ª CLASE..	Silicium, circonium aluminium, ytrium, glucinum, magnesium.
	2ª...........	Calcium, estroncium, barium, sodium, potasium.
	3ª...........	Manganeso, zinc, hierro, estaño.
	4ª...........	Arsénico, Molibdeno, cromo, tungsteno, columbium, antimonio, urano, cerium, cobalto, titano, bismuto, cobre, teluro.
	5ª...........	Nikel, plomo, mercurio, osmium.
	6ª...........	Plata, paladium, rhodium, platina, oro, iridium.

Nota. El *bore* es la sustancia que se obtiene esponiendo el borax á la accion de la pila de *Volta*.

El *yode* se obtiene descomponiendo algunas aguas madres de las fábricas del ácido nítrico.

El *clore* combinado con el hydrógeno forma el ácido muriático, de modo que el ácido muriático se debe llamar *ácido-hydro-clórico.*

El *fluor* es la base del ácido-fluórico.

Estos grandes adelantamientos en la Química se deben á la feliz idea del célebre *Davy*, de aplicar la pila de *Volta* á la descomposicion de los cuerpos.

Aqui se han omitido algunas sustancias cuya naturaleza es aun disputable: y debemos advertir que el número de sustancias simples se acrecienta, al paso que las investigaciones químicas se multiplican, de modo que por ahora en muchos años no se podrá fijar su número con toda precision, porque á cada paso se hacen nuevos descubrimientos en la Química.

217 Entendido esto, pasemos á manifestar algunas otras propiedades del ayre y del agua que importa mucho conocer. Lo primero que observaremos es que la densidad del ayre decrece en proporcion de su altura; porque las capas inferiores estan comprimidas por todo el peso de la atmósfera. En las partes elevadas este peso viene á ser menor, y por consiguiente tambien disminuye la densidad del ayre. Mas para hallar la ley con que decrece la densidad, es necesario determinar primero por esperimentos quál es en general, en una masa de ayre, la relacion de la presion á la densidad.

218 La ley siguiente, que es sumamente simple, se halla confirmada por todos los esperimentos que nos es posible hacer:

La densidad de una masa de ayre crece y decrece en proporcion igual á la presion; á menos que no suceda alguna mudanza en la temperatura ó en la combinacion química de la masa de ayre.

219 Como la presion y la dilatabilidad son siempre iguales entre sí, y la densidad y el peso específico espresan una misma cosa, es solamente espresar diferentemente la misma ley el decir:

La dilatabilidad de una masa de ayre es proporcional á su peso específico mientras que su temperatura y su combinacion química son las mismas.

220 Este principio importante y particular á la aerostática, se llama la ley de *Mariotte*, aunque la encontró en Inglaterra Roberto Boyle y su discípulo Townley, un poco antes que Mariotte la hubiese descubierto en Paris.

Los esperimentos que han servido para determinar la ecsactitud de esta ley, son en pocas palabras los siguientes.

221 Para medir la condensacion del ayre por la presion, se hace uso de un tubo de vidrio recurvo (fig. 61) cerrado en G y abierto en A; á cuya rama EA conviene darle mucha altura. Se introduce una cierta cantidad de ayre, y despues se echa mercurio; de manera que el ayre encerrado en GCD estará comprimido á un mis-

mo tiempo por la columna de mercurio EF y por el ayre esterior, pues que en A está abierto. Esta última presion es igual á la altura barométrica. Luego si se llena poco á poco de mercurio el brazo largo, y se mide siempre el espacio que ocupa el ayre encerrado, se ve fácilmente como se puede comparar la presion y la densidad; porque la densidad está en razon inversa del espacio comprendido por el ayre.

222 Para medir la rarefaccion del ayre producida por una disminucion de presion, se hace uso del tubo de barómetro recto, que está abierto en su estremo inferior y tiene una llave en el otro estremo. Estando abierta esta llave, se sumerge el tubo por su orificio inferior en un vaso lleno de mercurio, de manera que no quede sino una ó dos pulgadas de ayre en el tubo, entónces se cierra la llave y se levanta el tubo poco á poco: á medida que se levanta, el ayre encerrado se dilata; pero debajo de él se levanta tambien una columna de mercurio que escede á la superficie del mercurio esterior. Se mide de tiempo en tiempo el espacio que comprende el ayre encerrado, y la altura de la columna de mercurio que se eleva en el tubo, y resulta que la fuerza con que el ayre está comprimido es igual á la altura barométrica, menos la columna de mercurio que se eleva en el tubo. Luego la presion y la densidad se pueden comparar de este modo como en el esperimento precedente.

223 La importancia de la ley de Mariotte ecsige que se conozcan ecsactamente quáles son sus límites y sus condiciones; y por lo mismo observaremos:

1º Que para el ayre atmosférico se ha encontrado ecsacta hasta una condensacion óctupla y una rarefaccion céntupla. No podemos decir si es ecsacta para todas las condensaciones y todas las rarefacciones imaginables. Mas para el uso comun nos basta saber que es aplicable en todos los esperimentos que podemos hacer.

2º No se han hecho esperimentos inmediatos sino para temperaturas medias; pero de los esperimentos de *Gay-Lussac* y *Dalton*, se deduce como consecuencia necesaria que la ley permanece ecsacta bajo todas las temperaturas.

224 Con algunos raciocinios matemáticos bastante sencillos se puede deducir de la ley de Mariotte el teorema principal de la aerostática, es decir, que *en el estado de equilibrio, la densidad del ayre debe decrecer de abajo arriba en series geométricas, quando la combinacion química y la temperatura de la columna son iguales en toda su altura*: de aqui se deduce que quando una columna de ayre tiene por todas partes una misma temperatura y una misma combinacion química, decrecen en series geométricas; 1º *la densidad del ayre*; 2º *su peso específico*; 3º *el peso del ayre superior*; 4º *la presion que el ayre padece y egerce*; 5º *la elasticidad del ayre*; y 6º *la altura barométrica*.

Las proposiciones 1ª y 2ª no son sino la espresion diferente de una misma cosa. Las 3ª, 4ª, 5ª y 6ª, no son tampoco sino diversos modos de considerar una cosa única en sí; porque el peso del ayre superior no es sino la presion que sufre el ayre que está colocado debajo ó egercido por él mismo en el estado de equilibrio. Ademas, la presion que una masa de ayre egerce es igual á su elasticidad; y la altura barométrica es la medida de la presion.

Así, en virtud de la ley de Mariotte, los números 1 y 2 por una parte, y los 3, 4, 5 y 6 por otra, se refieren entre sí, y por consiguiente el sentido general del teorema se reduce á que, admitiendo la ley de Mariotte, las propiedades indicadas nn. 1 y 2 decrecen en las mismas relaciones que las espresadas nn. 3, 4, 5 y 6, y recíprocamente.

En lo sucesivo tendremos necesidad de hacer uso de la densidad del ayre á diferentes alturas; y por lo mismo la deduciremos de la fórmula $x=10000\,(\log.\, b-\log.\, a)$,
que sacámos (§ 191);
porque si en ella despejamos log. a, se tendrá

$$\log.\, a=\log.\, b-\frac{x}{10000}$$

y puesto que $b=336$ lineas de Paris, se tendrá

$$\log.\, a=2{,}5263393-\frac{x}{10000}.$$

Ahora, si suponemos $x=50$ toesas, será

$\log.a = 2,5263393 - 0,005 = 2,5213393 =$
$\log.332,15.$

Luego la densidad del ayre al nivel del mar guardará con la que tiene á 50 toesas de altura la relacion de 336 á 332,15;
y tomando por unidad la densidad del ayre al nivel del mar, la que tenga á la altura de 50

oesas será $\frac{332,15}{336}$, cuyo logaritmo es

$2,5213393 - 2,5263393 = -0,0050000;$

luego solo con quitar 5 unidades en el tercer guarismo decimal del logaritmo de una cantidad donde haya entrado la densidad del ayre al nivel del mar, tendremos el valor que le corresponde en virtud de la densidad del ayre á 50 toesas de altura.

Del mismo modo hallaremos que para tenerla á la altura de 100 toesas, bastará quitar á dicho logaritmo la fraccion 0,01; á 150 toesas, 0,015; á 200, la fraccion 0,02, &c.; pero como una toesa francesa equivale muy prócsimamente á 7 pies españoles, resulta que á 100 toesas corresponden 700 pies españoles, y á 50 toesas les corresponderán 350 pies españoles: por lo qual podremos poner aqui la tabla siguiente:

TABLA de las fracciones que se deberán quitar al log. de una cantidad en que entre el valor de la densidad del ayre tomada al nivel del mar, para que dicho log. corresponda á la dens. del ayre á la altura que se espresa.

A la altura de p.s esp.s	*Se deberá quit. al log. la cant. de*	*A la altura de p.s esp.s*	*Se deberá quit. al log. la cant. de*
350	0,005	7350	0,105
700	0,010	7700	0,110
1050	0,015	8050	0,115
1400	0,020	8400	0,120
1750	0,025	8750	0,125
2100	0,030	9100	0,130
2450	0,035	9450	0,135
2800	0,040	9800	0,140
3150	0,045	10150	0,145
3500	0,050	10500	0,150
3850	0,055	10850	0,155
4200	0,060	11200	0,160
4550	0,065	11550	0,165
4900	0,070	11900	0,170
5250	0,075	12250	0,175
5600	0,080	12600	0,180
5950	0,085	12950	0,185
6300	0,090	13300	0,190
6650	0,095	13650	0,195
7000	0,100	14000	0,200

225 Quando la presion y la densidad de una masa de ayre *A* son dadas, se llama *dilatabilidad relativa* á la presion proporcional que otra masa de ayre *B*, de una combinacion química y de una temperatura arbitraria, necesita para tener la misma densidad que *A*. Por egemplo, si una pulgada cúbica de ayre atmosférico pesa $\frac{1}{2}$ grano á una temperatura qualquiera y á una altura barométrica de 30 pulgadas españolas, la dilatabilidad relativa de otra masa de ayre de la misma ó de otra temperatura, pero que tuviese necesidad de una presion de 60 pulgadas para pesar $\frac{1}{2}$ grano por pulgada, sería $\frac{60}{30}=2$; es decir, en el estado que esta segunda masa se halla, su dilatabilidad relativa es dos veces mayor que la dilatabilidad del ayre atmosférico que se ha comparado con ella.

226 Por oposicion á la dilatabilidad relativa, se llama *dilatabilidad absoluta* á la de una masa de ayre considerada aisladamente.

Á lo que nosotros hemos llamado *dilatabilidad relativa*, llaman la mayor parte de los físicos *dilatabilidad específica*; pero aunque la idea del modo que la hemos fijado sea lógicamente ecsacta y muy importante para la aerostática, acaso puede haber alguna inecsactitud en aplicar á ella la denominacion de *específica*; porque no se puede llamar específico sino lo que es el carácter invariable de una especie. Tal es, por egemplo, el peso específico de un cuerpo. Pero las dilatabilidades que tienen dos masas de

ayre de densidades iguales, son muy variables, y vienen á ser muy diferentes luego que se muda la temperatura de una de las masas. De donde se deduce que lo que verdaderamente se debe entender por *dilatabilidad específica* es la relacion de las dilatabilidades absolutas de dos masas de ayre, cuyas densidades y temperaturas son iguales (*).

227 De esta idea que acabamos de fijar se deducen las tres siguientes:

1.ª La dilatabilidad específica de dos masas de ayre es como la presion, quando la temperatura y la densidad son las mismas. Esta se halla comprendida substancialmente en la idea misma.

(*) *Si se quiere hablar con toda la ecsactitud que corresponde, en vez de* temperaturas y densidades iguales *se deberia decir bajo una* temperatura normal *y una* densidad normal determinada; *por egemplo, á la temperatura de* 10° *de Deluc, y á la densidad en que una pulgada cúbica pesa* $\frac{1}{3}$ *de grano. Pero como en virtud de los esperimentos de Gay-Lussac, el calor dilata uniformemente todos los gases, y como por otra parte la ley de Mariotte es ecsacta, ó al menos muy aproesimada en todos los casos conocidos, podemos estar seguros de que no se observará ninguna diferencia en la dilatabilidad específica, qualesquiera que sean los grados de densidad y de temperatura que se elijan por base en el esperimento.*

2ª La dilatabilidad específica está en razon inversa de la densidad para una temperatura y una presion iguales. Esta se deduce de la ley de Mariotte.

3ª Para una presion y una densidad semejantes, la *dilatabilidad específica* es en sentido inverso de la temperatura indicada por el termómetro de ayre. Porque si dos masas de ayre *A* y *B* con densidades y presiones iguales tenian temperaturas diferentes al termómetro de ayre; por egemplo, *A* la de 1000 y *B* la temperatura de 1200, y se calentase la primera de estas masas de ayre hasta 1200, ella se dilatará, permaneciendo la misma presion en la relacion de 1000 á 1200, ó de 10 á 12 en virtud del principio de *Gay-Lussac*: por consiguiente ella vendrá á ser mas rala, y la densidad de *A* será á la de *B* como 10:12; es decir, en las mismas relaciones en que estaban antes las temperaturas de estas dos masas. Ahora, pues que la dilatabilidad específica se halla en estas circunstancias en razon inversa de la de la densidad, ella debe tambien estar en razon inversa de la temperatura.

228 Si se reunen estas tres proposiciones, se deduce la regla siguiente para la comparacion de la dilatabilidad específica de las diversas masas de ayre.

Se halla la relacion de la dilatabilidad específica en dos gases, dividiendo para cada uno la presion por el producto del peso específico y de la temperatura segun el termómetro de ayre.

Ahora es fácil espresar por números la dilatabilidad específica de los gases, cuyo peso específico se halla en la tabla del (§ 43); pues que se ha establecido por fundamento del peso específico una presion igual egercida para una altura barométrica al nivel del mar, y una temperatura de 10 grados de Deluc; porque la dilatabilidad específica está precisamente en razon inversa de este peso. Luego se puede representar dividiendo 1, ó qualquier otro número elegido á arbitrio, pero constante, por el peso específico de cada gas. Como el dividendo es arbitrario, elegiremos para esto el peso específico del ayre atmosférico; y la dilatabilidad específica de este ayre será=1; los otros números se deducirán del mismo modo. El resultado es el siguiente:

	Dilatabilid. específica.
Ayre atmosférico. . . .	1,0000
Azoe.	1,0351
Ocsígeno.	0,9075
Hidrógeno.	12,9999
Acido carbónico. . . .	0,6669

229 En las investigaciones sobre el movimiento de los fluidos elásticos, el físico se puede limitar casi esclusivamente á ecsaminar el ayre atmosférico; porque para las otras especies de ayre que nosotros no producimos sino en peque-

ña cantidad, y que no comprende jamas sino pequeños espacios, sucede raras veces que sus movimientos tienen un interes particular. Pero al contrario las grandes agitaciones de la inmensa estension de ayre que rodea el globo terrestre; los vientos continuos, periódicos ó accidentales que en él se producen, son no solamente fenómenos notables en sí mismos, sino que aun se han hecho importantes para las relaciones de la vida social; y se puede juzgar de quan inmensa utilidad sería el conocimiento ecsacto de las leyes de estos movimientos. Hay tambien muchos movimientos artificiales del ayre, cuya observacion es importante. En una infinidad de máquinas neumáticas ó hidráulico-neumáticas, la elasticidad del ayre ó del vapor del agua, obra en ellas el movimiento, ó al menos contribuye á ello esencialmente. Las corrientes de ayre que se establecen en las minas, en las piezas y en las chimeneas para dar direccion á los gases infestados, ó para libertarnos de un humo incómodo, se refieren al conocimiento de estos movimientos.

A los fisicos les corresponde desenvolver con relacion á estos movimientos, ante todas cosas sus principios fundamentales, y confirmarlos despues por esperimentos. Pero su teoría, que se llama *neumática*, no solo tiene que luchar contra todas las dificultades que se encuentran en la Hidráulica, sino que debe aun atender á dos fuerzas muy activas que embarazan conti-

nuamente al intentar hacer investigaciones ecsactas. Estas fuerzas son la dilatabilidad y el calor. Y como esta parte de la Física carece aun enteramente de principios fundamentales, demostrados por razonamientos ecsactos, y confirmados por esperimentos, debemos por esta razon contentarnos con indicaciones generales sobre este objeto.

Se puede asegurar que nosotros podríamos esplicar bastante bien las causas de todos los movimientos que ocurren en la atmósfera, sino nos faltasen en la mayor parte de los casos dos condiciones esenciales. La primera es la medida ecsacta del efecto producido, y la segunda el conocimiento particular de todas las cincunstancias diversas que influyen sobre un efecto único. Nosotros, por egemplo, conocemos las causas generales del viento; pero no sabemos sino muy raras veces, ó mas bien no sabemos nunca, de qué fuerza será el efecto del viento, y hasta qué distancia se estenderá, ó quáles son las causas particulares de un viento que sopla en un movimiento determinado.

230 Sin detenernos á espresar las leyes fundamentales y particulares de la neumática, referiremos el siguiente principio general, que se puede reputar por evidente.

Toda causa que obra sobre una masa de ayre contradictoriamente á una de las leyes del equilibrio, debe producir movimiento; y daremos una idea de las causas de los principales movimientos del ayre.

Una de las principales es el calor. Los movimientos que ocasiona, aunque muy variados, se producen todos del mismo modo. El calor aumenta la elasticidad del ayre; así, quando en algun parage de la atmósfera una masa de ayre está mucho mas calentada que el resto del ayre que le rodea, se dilata y rechaza por todas partes el ayre mas frio que ella. De esta manera se rompe el equilibrio, y el ayre calentado habiendo venido á ser mas ligero, se debe elevar en virtud de las leyes de la Hidrostática, porque siendo mas frio el ayre que le rodea, es por esto mismo mas pesado. Recíprocamente, el ayre frio debe descender á dirigirse ácia el parage en que obra el calor; el ayre se acumula entónces sobre el lugar calentado, lo que produce necesariamente en lo alto una corriente de ayre que se esparce por todos lados. Luego el calor siempre produce una doble corriente de ayre, afluente ácia la parte inferior del lugar calentado, y efluente sobre el mismo parage.

El frio debe obrar evidentemente del modo opuesto, y producir una corriente de ayre efluente ácia la parte inferior del lugar calentado, y una corriente afluente ácia arriba.

En virtud de esta teoría general, los movimientos causados por el calor y por el frio se pueden esplicar fácilmente, atendiendo á las diversas circunstancias que modifican cada caso dado.

231 Así, la mayor parte de los vientos pro-

vienen del calentamiento y enfriamiento de las diferentes regiones de la atmósfera, y particularmente los vientos constantes y periódicos que se observan en la zona tórrida.

En virtud de los mismos principios, obran las corrientes de ayre en los hornos, en las chimeneas, en las ventanas &c. Por medio de una bugía encendida se pueden observar las dos corrientes de ayre afluente y efluente á la abertura de la puerta de una pieza caliente: se produce del mismo modo una corriente de ayre en las minas, haciendo en ellas un pozo ó una galería, porque la temperatura del ayre de la mina es muy diferente de la temperatura esterior; si esta diferencia no produce bastante efecto, se llega muchas veces á este objeto estableciendo un hornillo en la mina.

232 Así como el ayre se pone en movimiento por otros cuerpos, *así él mismo puede tambien mover á otros cuerpos sólidos y líquidos.* De donde resulta que un uracan arranca árboles, derriba las casas y eleva las olas del mar á una altura espantosa; y las artes han sacado una gran utilidad de las fuerzas motrices del ayre, y de los otros fluidos elásticos de diversos modos; así es que la presion de un viento moderado pone en movimiento las alas de un molino. La máquina de vapor eleva los mayores pesos por la fuerza del vapor del agua, y se puede emplear como un medio de hacer mover toda especie de máquinas &c.

233 Como todos los movimientos de los cuerpos sólidos y líquidos que producimos, suceden en el ayre, la teoría de la resistencia de este fluido es un objeto muy importante, pero tambien muy dificil de estudiar. Los principios que Newton ha dado no estan tan bien confirmados por los esperimentos, como sus leyes del movimiento de los cuerpos sólidos; pero sobre esto diremos todo lo que se sabe en el dia en el capítulo de los proyectiles.

La incertidumbre de esta teoría pide esponer completamente las *leyes de la caida en el ayre.* Sobre esto lo que se puede determinar en general, es lo que sigue: el descenso de los cuerpos en el ayre no puede menos de verificarse, así como en otro qualquier fluido, sino en virtud de un movimiento acelerado; pero su aceleracion debe decrecer al mismo tiempo á cada instante; sin embargo, el movimiento no puede llegar en él á ser uniforme como el de la caida en un líquido; porque la densidad del ayre, y por consiguiente tambien su resistencia, se aumenta continuamente. Así, suponiendo que un cuerpo cayese en una columna de ayre suficientemente larga, tendria primero una velocidad creciente, pero su aceleracion disminuiria continuamente; y á cierta profundidad la aceleracion llegaria á ser nula, y la velocidad estaria en su *mácsimum.* La resistencia creciendo siempre, sucederia que mas alla de este punto, la velocidad disminuiria hasta que en fin llegase tambien á ser nula, y

entónces el cuerpo permaneceria suspendido en el ayre. Esta consecuencia puede aparecer como una paradoja, quando no se tiene una idea ecsacta del acrecentamiento de la densidad del ayre. Pero se puede deducir de la fórmula dada para la medida de las alturas barométricas, que una columna de ayre que se prolongase en lo interior de la tierra, sería ya á una profundidad de 50000 toesas 100000 veces mas denso que en la superficie; es decir, cerca de cinco ó seis veces mas denso que el oro y la platina, y por consiguiente que los cuerpos mas pesados deberian quedar en él suspendidos (*).

234 Tambien indicaremos que el ayre es el *vehículo* del sonido; y que la velocidad de este quando la atmósfera está tranquila, segun las observaciones de D. José Espinosa y D. Felipe Bauzá en Santiago de Chile, es de 191 toesas por segundo; segun las de D. Jorge Juan en Quito, es de 175 toesas; segun las de Mr.

(*) *En efecto, sea* a *la altura barométrica en la superficie de la tierra; sea* h *esta altura á una profundidad en que el ayre es* n *veces mas denso; por consiguiente la altura barométrica de este lugar* $=$ na *en virtud de la ley de Mariotte. Tambien se tiene*

$$h = 10000 \,(\log.\, na - \log.\, a);$$

pero como $\log.\, na = \log.\, n + \log.\, a$, *se tiene* $h = 10000 \log.\, n$; *si se hace* $n = 100000$, *se tiene* $\log.\, n = 5$ *por consiguiente* $h = 50000$.

Condamine en Cayena, es de $183\frac{1}{2}$, y segun las de Casini en Paris y en Langüedoc es 173 toesas. Luego si tomamos un término medio entre todas estas observaciones, podremos considerar que la velocidad del sonido es $180\frac{3}{5}$ toesas ó $421\frac{2}{5}$ varas españolas.

Este dato puede ser muy interesante para medir la distancia á que nos hallamos de una batería ó navío, ó la distancia á que se hallan las nubes cargadas de electricidad, que producen las tormentas &c.

Para esto, no hay mas que observar los segundos que pasan desde que se ve el fogonazo ó el relámpago, hasta que se oye el cañonazo ó el trueno, y multiplicando $421\frac{2}{5}$ varas por el número de segundos que pasen, se tendrán las varas que hay de distancia. Si no hay relog, puede servir prócsimamente la pulsacion de un hombre, y tomar por un segundo cada pulsacion. La razon de esta práctica es el que la luz del fogonazo ó relámpago se verifica al mismo tiempo que el sonido; y como la propagacion de la luz es casi instantanea, todo lo que tardamos en oir el ruido despues de ver la luz, se debe atribuir á la distancia que hay.

235 Se llama *sifon* á un tubo recurvo (figª 62) cuyos brazos ó ramas son desiguales. A causa de la presion del ayre, se verifica que si en un vaso donde hay agua ó qualquiera otro líquido ó fluido, se sumerge el brazo ó rama mas corta de un tubo recurvo como el DEF, y se quita el ayre

bien sea aspirando con los labios ó de otro modo, sube el líquido contenido en el vaso BD, y saldrá por el estremo F; porque la presion del ayre esterior obra en la superficie AB, y obliga al fluido á subir y á salirse por el otro estremo. Con el ausilio de los sifones se pueden vaciar los estanques, las pilas, trasegar en los puertos de mar el agua de unos barriles en otros, &c.; en cuyo caso el medio mas sencillo es llenar primero el sifon del mismo líquido, teniéndole en el ínterin tapado por el un estremo, con lo que se le quita el ayre; despues se introduce el brazo corto en la vasija que se quiere vaciar, y colocando el otro ácia abajo, principiará á salir el líquido por el otro estremo. Debemos advertir que para que salga el líquido, siempre se debe verificar que el punto F por donde sale se halle mas bajo que la superficie del líquido en la vasija.

236 La presion del ayre es la que obra para que el agua se eleve en las *bombas*, que son unas máquinas cuyo objeto es el de hacer subir el agua desde un depósito determinado á un paraje mas alto. Las bombas pueden ser de tres especies, *atrahente*, *impelente*, y puede ser también *atrahente* é *impelente* á un mismo tiempo.

La bomba atrahente se compone de dos tubos verticales AKBC, CBDQ (fig. 63) que se unen el uno al otro en el pasage CB. El primero que se introduce dentro del agua MN se llama *tubo de atraccion*; y el segundo se llama *cuerpo de*

bomba. Donde se unen los dos tubos se coloca la *válvula* ó portezuela E que se abre de abajo arriba. Por lo interior del cuerpo de bomba sube y baja alternativamente un émbolo cuya espiga Z se mueve por medio de una palanca ó de qualquiera otro modo. En la cabeza de este émbolo hay un agugero *t* tapado por la parte superior con una válvula F que se abre de abajo arriba.

El efecto de esta máquina es el siguiente: supongamos que se halle la base del émbolo en HI, y que el ayre contenido en la bomba sea el mismo que el ayre esterior. En este caso las dos válvulas E y F se hallan cerradas. Concibamos que se levante el émbolo hasta TS, y tendremos que la válvula F se mantendrá cerrada por su mismo peso y por la presion con que en ella obra la atmósfera; el ayre que al principio ocupaba el espacio HIBCDQ se dilata en fuerza de la elasticidad, abre la válvula E y se esparrama en el espacio STCQDB; al mismo tiempo la presion con que obra la atmósfera en la superficie MN, del depósito, impele el agua y la obliga á subir un trecho D*a* por dentro del tubo de atraccion. Si el émbolo se baja, se abrirá la válvula F en fuerza de la compresion del ayre contenido en la bomba, y la válvula E se cerrará. Volviendo á levantar el émbolo, subirá mas el agua en el tubo atrahente; y continuando del mismo modo bajando y subiendo el émbolo, llegará á subir el agua hasta tocar en el émbolo;

en cuyo caso pasará por el agugero *t* y subirá mas arriba del émbolo hasta llegar á salir por el desaguadero O.

Para que la bomba surta su efecto es necesario que la altura de la válvula E respecto del depósito sea menor que 32 pies franceses ó 37 españoles, pues la presion del ayre no es capaz de hacer subir al agua sino á esta altura; esto se entiende al nivel del mar, pues donde la altura del barómetro sea menor, será necesario disminuir la altura de la válvula E respecto del depósito MN.

Debemos notar que el émbolo no necesita ninguna fuerza para bajar, porque lo hace con solo su pesantez.

237 En la bomba *impelente* (fig. 64) está dentro del agua el cuerpo de bomba, y el émbolo entra por abajo y levanta é impele el agua; la espiga Z está bien asegurada al travesaño *bc* del bastidor *abcd* que se mueve de un modo qualquiera, y causa los mismos efectos que en la anterior.

238 La (figª 65) representa una bomba que es *atrahente* é *impelente* á un mismo tiempo; y su modo de obrar es bien fácil de concebir entendido el modo con que obran las anteriores. Las válvulas pueden tener dos formas diversas; las de EF de la (figª 64) se llaman de *concha*, y las otras de *portezuela*.

239 Por último diremos alguna cosa de la bomba de fuego, que es una de las máquinas

mas portentosas que ha inventado el hombre. Todo su efecto consiste en la accion alternativa del vapor del agua y la presion de la atmósfera combinada con las resistencias que se han de superar.

El agua es uno de aquellos cuerpos que por ninguna de las causas conocidas podemos hacer que varíe de volúmen; es decir, que mientras permanece en su estado de liquidez, ni se puede comprimir ni dilatar por ninguna causa, y por lo mismo la caracterizan algunos con el nombre de fluido incompresible. Pero quando por medio del fuego pasa del estado líquido al de fluido, se convierte en un vapor ligerísimo, sutilísimo, sumamente elástico y capaz de equilibrarse con pesos muy grandes.

Segun los esperimentos de *Desagulier*, quando el vapor ha llegado al estado de poderse equilibrar con la atmósfera, es como unas 14000 veces mas ralo que el agua comun, y 16 ó 17 veces mas ralo que el ayre; y la fuerza del vapor tiene con la presion de la atmósfera la razon de 39 á 32.

Luego si debajo de un cilindro hueco, armado de un émbolo móvil, se hace herbir agua en una caldera, introduciendo el vapor de esta agua en el cilindro, hará subir al émbolo superando la presion de la atmósfera que obra encima y qualquiera otro obstáculo. Llegado el émbolo al punto mas alto que se quiere que suba, se condensa el vapor del agua, haciendo que cayga agua

fria dentro del cilindro por medio de una llave que tiene al intento, y en este caso quedando un vacío en el cilindro, vuelve á bajar el émbolo; y continuando del mismo modo se tiene un movimiento continuo, que luego se puede trasladar al parage que nos acomode por medio de las máquinas conocidas. No nos detendremos mas en este punto, porque sin un modelo ó una descripcion muy larga, no se pueden esplicar detenidamente todas sus partes.

240 Para reunir en esta obrita el mayor número de datos posibles, indicaremos aqui algunas otras propiedades importantes del agua.

Lo primero que observaremos es que el agua permanece líquida mientras que la temperatura permanece entre 0 y 80 grados de Deluc. Enfriada hasta 0°, toma el estado sólido y se convierte en hielo. Mientras que se enfria, la dilatacion disminuye hasta que se halla cerca de $3\frac{1}{3}$ grados donde tiene su mayor densidad. Mas alla de este punto se dilata de nuevo, y á 0° llena casi el mismo espacio que ocupaba á 6 ó 7°. Pero en el instante en que se convierte en hielo, padece una dilatacion mucho mayor que obra con una fuerza tal que puede romper los vasos mas sólidos. Despues de la congelacion, la dilatacion se acrecienta aun un poco hasta que el hielo se acerca de $\frac{1}{9}$ mas ralo que el agua. Entónces se contrahe siempre mas por el acrecentamiento del frio, lo mismo que todos los cuerpos sólidos.

241 Quando se calienta el agua poco á poco, su dilatacion aumenta; y quando llega á los 80° de Deluc, su dilatacion es cerca de $\frac{1}{18}$ mayor que á 0°, pero á los 80° se convierte en vapor, y una pulgada cúbica de agua llega á ocupar el espacio de un pie cúbico; es decir, que la dilatacion del agua convertida en vapor es 1728 veces mayor que la del agua líquida.

Al contrario en el mercurio, se nota una gran contraccion en el instante de su congelacion, que se efectúa á los 32° de *Deluc*. Con el fin de reunir el mayor número de datos en esta obrita, pondremos el siguiente

Resultado sobre el peso del agua pura que me ha franqueado el S. D. Juan de Peñalver.

El conocimiento del peso del agua pura ó destilada, es en la Física un dato muy necesario, y en muchas ocasiones sirve tambien con utilidad para hallar la capacidad de los vasos que se emplean en varias operaciones. Nuestros escritores no nos dicen nada de ecsacto en el particular; y lo regular es valuar el peso del pie cúbico de agua en 46 libras; lo que si es suficiente en algunos casos para las artes, no lo es en otros, y de ningun modo en las ciencias. Otros autores nos dicen que el pie cúbico de agua pesa 70 libras, sin advertir que este es el peso del pie cúbico frances en libras francesas. En vista de esto y conociendo la necesidad que

se tiene de este y otros datos que no se encuentran en nuestros escritores, ha parecido oportuno esponer la valuacion que se ha hecho del peso del agua, empleando para ello los datos mas ecsactos de que tenemos noticia. Sería de desear que nuestros escritores tuviesen la atencion de usar siempre de los datos y medidas que son propias de nuestro pais, como lo hacen los de cada nacion, tal vez con la mira de que sus resultados sean mas inteligibles, y en muchos casos puedan aplicarse sin equivocacion á las artes ú otros usos. La falta de estos datos hace disculpable esta conducta; pues por mí mismo he esperimentado lo que cuesta el llegar á formárselos uno para su uso, y tal vez algunos apreciarán el encontrarse hecho este trabajo, aunque no sea directo, ínterin se llevan á efecto las operaciones que se deben hacer para este fin por mandado de S. M., y que varias circunstancias no han permitido se egecuten.

De las operaciones hechas en Francia por la comision de pesos y medidas, resulta que el pie cúbico frances de agua pura ó destilada, en su mayor grado de condensacion, que es en la temperatura de 5 grados del termómetro centígrado, y en el vacío, pesa 70 libras 223 granos del marco de Francia.

La relacion del pie frances al pie español es de 7 á 6,00434, de donde resulta que el pie cúbico frances es igual á 1,584522 pies cúbicos españoles.

La relacion entre el marco de España y el de Francia nos da que la libra francesa es igual á 1,003928 libras de Castilla ó del marco original que se custodia en el archivo del Consejo Real de Castilla. El marco y el grano de Francia tienen con el marco y grano de Castilla la misma relacion espresada, porque ambas libras tienen el repartimiento en igual número de granos.

Con estos datos se deduce que el pie cúbico español de agua pura en su mayor condensacion y en el vacío, pesa 433316 granos del marco de España, ó 47 libras 4 adarmes y 20 granos.

Las tablas publicadas por Gilpin en Inglaterra, y copiadas en los *Anales* de *Química* de Francia, nos dan la relacion del peso del agua á diferentes temperaturas. De estas tablas hemos tomado los datos que forman la 2ª columna de la tabla siguiente, deduciendo algunos de ellos. Con estos y con el dato del peso del agua en las circunstancias dichas, hemos inferido la columna 3ª que espresa el peso del agua en granos. La columna 4ª no es mas que el mismo peso reducido á libras, onzas, &c.

Tabla del peso del pie cúbico de agua, en el vacío y á diferentes temperaturas.

Term. centígrad.	*Peso relativo del agua*	*Peso del pie cúbico de agua.*				
		granos.	*lib.*	*onz.*	*adar.*	*gran.*
0	1,00081	433253	47	0	2	29
5	1,00095	433316	47	0	4	20
7 $\frac{1}{4}$	1,00086	433277	47	0	3	17
10	1,00068	433199	47	0	1	11
12 $\frac{3}{4}$	1,00038	433069	46	15	13	25
15	1,00006	432929	46	15	9	29
15 $\frac{1}{2}$	1,00000	432904	46	15	9	4
16 $\frac{1}{4}$	0,99986	432844	46	15	7	16
18 $\frac{1}{3}$	0,99950	432688	46	15	3	4
21 $\frac{1}{10}$	0,99894	432445	46	14	12	26

Sospechamos algun error en el peso relativo correspondiente á la temperatura de 18$\frac{1}{3}$ grados, y nos fundamos en el ecsamen que hemos hecho de las diferencias entre los resultados de la tabla de Gilpin, cuyo ecsamen nos ha hecho desconfiar bastante de la ecsactitud de estos esperimentos. No parece estraño que haya este y otros errores si se atiende al método que siguió Gilpin, propuesto por Blagden y censurado con sumo ingenio y bastante razon por el primer artista de Europa el sabio físico Ramsden; sin embargo, esto

es por ahora lo mas ecsacto de que tenemos noticia.

De paso notaremos que por poco que sea el error que se suponga en los resultados correspondientes á las temperaturas de cero, 5 y 10 grados, ó en las indicaciones de las mismas temperaturas, podrá resultar igual el peso del agua en las temperaturas de cero y 10 grados; esto es, á igual distancia de temperatura de uno y otro lado de la mayor condensacion. Esto da lugar á pensar que el agua, despues de haberse condensado hasta el mácsimo, vuelve á dilatarse siguiendo la misma ley, ó que la ley de las dilataciones del agua desde el grado de la mayor condensacion es la misma, sea que se caliente ó sea que se enfrie. Es digna de tenerse presente esta indagacion en las operaciones que se hagan sobre este particular.

Para conocer el peso del agua en el ayre, atenderemos á que Lavoisier en su tratado elemental de Química tom. II pág. 572 nos dice que de sus propios esperimentos resulta que el pie cúbico frances de ayre atmosférico á la presion de 28 pulgadas francesas del barómetro y 10 grados del termómetro comun, llamado de Reaumur, pesa 795 granos del marco de Francia. De aqui se infiere que el pie cúbico español de ayre atmosférico á la presion de 32 pulgadas 8 líneas de nuestro pie, y á la temperatura de $12\frac{1}{2}$ grados del termómetro centígrado, pesa 534 granos del marco de España, ó 14 adarmes 30 granos.

El Sr. Prony en su *Ensayo esperimental y analítico sobre la ley de dilatabilidad de los fluidos elásticos*, ha dado las fórmulas que representan esta ley, deducida de los esperimentos que hizo el Sr. Prieur; y con ellas ha formado tablas de la dilatacion sucesiva de los volúmenes de varios fluidos elásticos en diferentes temperaturas. Estas tablas nos suministran los resultados siguientes de la 2ª columna; que combinados con el dato de Lavoisier dan los de la columna 3ª; de los quales se infieren los de la 4ª

Termómetro centígrado.	*Volúmen dilatado del ayre.*	*Peso del pie cúbico de ayre atmosférico.*	
		A la presion de 32 pulg. 8 lín.	*A la presion de 30 pulg. 4 lín.*
		gran.	gran.
0	1,00000	551	512
5	1,01109	544	505
$7\frac{1}{4}$	1,01671	542	503
10	1,02415	538	500
$12\frac{3}{4}$	1,03231	534	476
15	1,03952	530	492
$15\frac{1}{2}$	1,04121	529	491
$16\frac{1}{4}$	1,04377	528	490
$18\frac{1}{3}$	1,05125	524	487
$21\frac{1}{10}$	1,06200	519	482

De la tabla antecedente, combinada con la de la pág.ª 179, se infiere la siguiente

Tabla del peso del agua pura en el ayre.

T.	P.	P.′	P.″	P.‴
	granos.	granos.	granos.	granos.
0	432702	432741	250,40625	250.42882
5	432772	432811	250,44675	250.46932
7 1/4	432735	432774	250.42534	250,44791
10	432661	432699	250,38252	250,40451
12 3/4	432535	432573	250,30961	250,33159
15	432399	432437	250,23090	250,25289
15 1/2	432375	432413	250,21701	250,23900
16 1/4	432316	432354	250,18287	250,20486
18 1/3	432164	432201	250,09491	250,11631
21 1/10	431926	431963	249,95717	249,97858

En la tabla antecedente representa *T.* el Termómetro centígrado; *P.* el *Peso del pie cúbico de agua pura á la presion de* 32 *pulgadas* 8 *lín. del barómetro*; *P.'* el *Peso del pie cúbico de agua pura á la presion de* 30 *pulgadas* 4 *lín.*; *P.''* el *Peso de la pulgada cúbica de agua pura á la presion de* 32 *pulgadas* 8 *lín.*; *P.'''* el *Peso de la pulgada cúbica de agua pura á la presion de* 30 *pulgadas* 4 *líneas*. Ademas se supone el ayre y el agua de igual temperatura. Muchas veces se refieren los resultados á una presion determinada, supuesta constante la densidad del ayre ó su temperatura. Para estos casos sirve la siguiente tabla.

Temperatura del agua	*Peso del pie cúbico de agua pura á la presion de* 32 *pulg.* 8 *lín. del barómetro, supuesto el ayre á la temp.ª de*		
	10 grados.	12½ grad.	16¼ grad.
grad.	*granos.*	*granos.*	*granos.*
0	432715	432719	432725
5	432778	432782	432788
7¼	432739	432743	432749
10	432661	432665	432671
12¾	432531	432535	432541
15	432391	432395	432401
15½	432366	432370	432376
16¼	432306	432310	432316
18⅓	432150	432154	432160
21 1/10	431907	431911	431917

242 Nos falta aun hablar de un fenómeno muy notable producido por las mudanzas del estado de agregacion. Quando se mezcla una libra de agua á 60° de Deluc con una libra á 0°, resultan dos libras de agua á 30°. Pero si se derrama una libra de agua á 60° sobre una libra de hielo á 0°, se obtienen dos libras de agua á la temperatura de 0°. Todo el calor del agua derramada se emplea únicamente en fundir el hielo sin elevar en nada su temperatura. Á este calor, que es insensible á los sentidos y al termómetro, se le llama *calor latente* ó *calórico combinado*; porque se considera el agua líquida como una combinacion intensa del calórico con la materia del hielo. Sobre este punto debemos advertir que la diferencia que hay entre las palabras *calor* y *calórico*, son que se usa de la primera para espresar la sensacion que nos causa, y de la segunda para espresar la causa, de qualquier clase que sea.

243 El punto de ebulicion del agua no se puede determinar á ninguna temperatura perfectamente fija, porque varía con la presion del ayre (y así al graduar los termómetros se debe notar la altura del barómetro); y ordinariamente se refiere á la altura que tiene al nivel del mar. ...

En virtud de todas las observaciones que se han podido hacer, se ha llegado á considerar como general la ley siguiente: *en el instante del paso, sea del estado sólido al líquido, sea del*

estado líquido al aeriforme, una cierta cantidad de calor desaparece á los sentidos y al termómetro, es decir, *que se halla combinada.*

Al volver una sustancia del estado aeriforme al estado líquido, ó de este al estado sólido, este calor que habia desaparecido vuelve á aparecer ó viene á ser libre. Esto es lo que se observa principalmente en el fenómeno siguiente, que se verifica algunas veces durante la congelacion del agua. Fahrenheit fue el primero que observó que el agua en reposo se puede enfriar considerablemente, mucho mas abajo del punto de la congelacion sin dejar de ser líquida; y observaciones mas recientes han probado que algunas veces puede sufrir en este estado hasta —12° de Deluc. Pero si se la remueve, una parte se convierte muy prontamente en hielo, y un termómetro sumergido en la parte fluida sube al instante á 0°. Esta es una consecuencia de la accion del calor combinado que llega á ser libre en el momento en que el agua toma el estado sólido. Así, los fenómenos mas ordinarios de la congelacion deben presentar los mismos efectos quando se observan con bastante atencion.

244 Quando se ponen en contacto dos cuerpos que por el termómetro manifiestan tener un calor desigual, se hace una transmision de calor del mas caliente al mas frio, hasta que el termómetro indica el mismo grado de calor en ambos. No hay medio alguno para impedir esta comunicacion de calor, de donde se deduce que no se

puede evitar que el calor se introduzca en los cuerpos. Sin embargo se propaga mas fácil y velozmente en unos cuerpos que en otros. Sus mejores conductores son los metales y el agua, y los peores las sustancias terreosas, las cenizas, la madera, el carbon, el papel, la lana, el lienzo &c. Los diversos grados de conductibilidad de calor de un cuerpo, se indagan calentándole fuertemente por uno de sus estremos, mientras que el otro se tiene en la mano.

245 En el ayre atmosférico hay dos clases de propagaciones del calor. La primera no se diferencia de la que acabamos de describir; y bajo este aspecto el ayre pertenece á los malos conductores del calor; la otra consiste en que al rededor de un cuerpo calentado, se esparce con una velocidad instantanea y en línea recta un calor que no se combina con el ayre, sino que solo parece que le atraviesa; á este género de calor se le llama *calor radiante*. Scheele fue el primero que lo observó por casualidad delante de la puerta de un horno que estaba abierto. Muchos cuerpos le reflejan á la manera que los rayos de la luz, y particularmente los metales, de manera que se puede reunir en el focus de un espejo de metal. Otros cuerpos le absorven enteramente ó en parte; y así, quando se quieren hacer esperimentos ecsactos sobre el calor, es preciso distinguir con mucho cuidado estos dos géneros de propagacion.

246 Wilke, fisico sueco, hizo en 1772 uno

de los mas importantes descubrimientos sobre la teoría del calor; pues demostró *que los cuerpos de diferente naturaleza, que manifiestan una temperatura igual al termómetro, contienen sin embargo cantidades de calor muy desiguales.* Los esperimentos de que se valió para esto se hicieron del modo siguiente. Se sabe que mezclando una libra de agua á 0° con otra á 36°, se obtiene una mezcla á 18°; es decir, á una temperatura media; pero si en una libra de agua á 0° se echa una libra de metal de á 36°, se halla quando se establece el equilibrio de calor una temperatura mucho mas baja. Si, por egemplo, el cuerpo sumergido es de hierro, el agua y el hierro, despues que el equilibrio se ha establecido, estan solamente á 4°. Suponiendo que se haya tenido gran cuidado de que no penetre por el vaso sino el menor calor posible, es claro que el agua recibe juntamente tanto calor como el hierro ha perdido; así, esta cantidad de calor, cuya pérdida ha hecho bajar 32° la temperatura del hierro, no ha producido en el agua sino una elevacion de 4°, de donde se sigue que es necesario ocho veces mas calor para aumentar un grado la temperatura del agua ó para disminuirla, que para mudar un grado la temperatura de una masa de hierro de un peso igual.

247 A la cantidad de calor que una unidad de peso determinado de un cuerpo necesita para mudar un grado su temperatura, se le caracte-

riza con el nombre de *calor específico* del cuerpo, ó se dice que es *su capacidad para el calórico.* Esta propiedad de los cuerpos se puede medir por esperimentos semejantes á los que acabamos de describir. Si se toma por unidad la cantidad de calor que puede mudar un grado la temperatura de una libra de agua, nos convenceremos fácilmente, observando con cuidado el esperimento, de *que el calor de otro cuerpo se puede representar por una fraccion, cuyo numerador es el número de grados de que la temperatura del agua ha mudado, y el denominador el número de grados que ha variado la temperatura del cuerpo sumergido.* Así, en el esperimento que hemos referido, el calor específico del cuerpo sería $=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}=0,125$.

248 De este medio han usado Wilke, Black, Crawforc y otros muchos físicos, para determinar el calor específico de muchos cuerpos. Sin embargo, como este método no se puede emplear en muchas circunstancias, y por otra parte sus resultados son bastante inciertos, pues que la conductibilidad de los vasos y del ayre hacen casi imposible las observaciones precisas; Laplace y Lavoisier han adelantado la ciencia inventando el *calorímetro*. Este instrumento está fundado en el principio de que se necesita una cantidad determinada de calor para fundir un peso determinado de hielo. Por su medio se mide el calor que contiene un cuerpo ó el que se desprende por un procedimiento químico qualquie-

ra, pues que se halla con ecsactitud quanto hielo puede derretir este calor. Para esto se coloca el cuerpo que se quiere ecsaminar en un espacio lleno por todas partes de hielo apilado, á la temperatura de 0° ; se deja el cuerpo en este parage hasta que su temperatura baje á los 0°; despues se recoge con cuidado toda el agua que se ha liquidado, y el peso de esta cantidad de agua nos suministra una medida del calor que se ha empleado para esta *licuefaccion*.

249 Si por medio del calorímetro se quiere determinar el calor específico de un cuerpo, se egecuta esta operacion del modo siguiente. Se coloca en el calorímetro un peso determinado de la substancia de este cuerpo á una temperatura conocida, por egemplo á 30°, y se deja fundir todo el hielo que pueda derretir. Si derrite, por egemplo, $\frac{1}{40}$ de libra de agua, ha tenido para esto otro tanto calor empleado como hubiera sido necesario para hacer subir $\frac{1}{40}$ de libra de agua líquida á 0°, hasta la temperatura de 60 veces tanta agua; esto es, libra y media, pues que $\frac{60}{40}=1\frac{1}{2}$. Si se toma por unidad el calor que puede hacer mudar un grado la temperatura de la unidad de peso de agua, resultan para los calores específicos de las demas substancias, segun Laplace, Lavoisier y otros, los siguientes:

Agua.	1
Hoja de lata.	0,110
Cristal de vidrio sin mezcla de plomo.	0,193

Mercurio.	0,031
Cal viva.	0,217
Agua y cal viva en la relacion de 9:16.	0,439
Ácido sulfúrico y agua en la relacion de 4:3.	0,603
Id. en la relacion de 4:5. .	0,663
Hielo.	0,900
Hierro.	0,125
Zinc.	0,067
Plomo.	0,050

Esta tabla quiere decir que si se toma por unidad la cantidad de calor necesaria para mudar un grado la temperatura de un peso determinado de agua, el número 0,125 por egempló que corresponde al hierro, indica que un peso igual de hierro no necesitaria sino $\frac{125}{1000}$ de calor; es decir, $\frac{1}{8}$ de este calor para mudar un grado su temperatura.

Los efectos mas notables del frio artificial se consiguen mezclando sales cristalizadas con nieve ó hielo apilado, en tal proporcion que sus partes constitutivas pasen al mismo tiempo al estado líquido; la sal que tiene mayor accion es el muriate de cal, y por su medio se pueden helar partes considerables de *mercurio*.

Del movimiento de los proyectiles, contando con la resistencia del ayre; y construccion de la curva que trazan las bombas, balas y granadas, incluyendo las arrojadas por los franceses en el sitio de Cádiz.

250 Como el asunto de este capítulo es de mucha importancia por las grandes aplicaciones que tiene, vamos á deducir las nociones del movimiento curvilíneo de los primeros elementos de la Mecánica. Para esto, supongamos que ABC (figª 66) sea la direccion de una fuerza que da un impulso al punto móvil A. Este correrá uniformemente la línea ABC si ninguna causa altera su movimiento; pero supongamos que en llegando á B, este punto se halle sometido á la accion de otra fuerza que le comunique un impulso en el sentido BD, y tendremos que el cuerpo describirá (60) la diagonal BE del paralelogramo BCED, cuyos lados BC, BD sean proporcionales á las velocidades comunicadas. Si suponemos que en llegando á E reciba otro impulso en la direccion EG, el móvil correrá EF; y continuando del mismo modo resultará que describirá el polígono ABEFL. Ahora, á proporcion que disminuyan los intervalos de tiempo que separan estos diversos impulsos, resultará que el polígono tendrá menores sus lados; de modo que si suponemos que estos impulsos ó fuerzas se sucedan sin interrupcion, resultará

que el móvil describirá en efecto una curva verdadera KMZ (figª 67).

251 De aqui se sigue que el punto móvil que describe un polígono ABEFL debe continuar en describir uniformemente el último lado FL, sino obra sobre él ninguna otra nueva fuerza; y como en el cálculo infinitesimal se demuestra que cada elemento de curva se puede considerar como el lado sumamente pequeño de un polígono, y que la direccion de este lado es la de la tangente en aquel punto, resulta que *quando un cuerpo móvil describe una curva, si en un instante cualquiera la accion de la potencia cesa de repente, el móvil debe correr uniformemente en la direccion de la tangente de esta curva, en el punto en que estas fuerzas han cesado de obrar sobre él*; y puesto que cada punto de una curva tiene diferente tangente, resulta que el cuerpo muda á cada instante la direccion de su movimiento.

252 Para formarnos bien la idea de lo que se entiende por *velocidad* de un cuerpo cuando describe una curva en virtud de la accion de ciertas fuerzas, debemos suponer que la curva está rectificada, y que de repente cesan de obrar las fuerzas; entónces el espacio descrito por el móvil durante la unidad de tiempo, es su velocidad en el instante en que se ha producido esta mudanza; luego esta velocidad se obtendrá siempre dividiendo este espacio por el tiempo en que se ha corrido; y por lo mismo si suponemos

que KMZ sea la curva que corre un punto material, tendremos que si al cabo del tiempo *t* el cuerpo ha llegado á M, llamando *s* al arco KM descrito, y suponiendo que las fuerzas cesan de obrar repentinamente, el cuerpo deberá describir uniformemente la tangente MH con una velocidad espresada por el quociente de la porcion de arco que anduviese en un tiempo pequeño dividido por la magnitud de este corto tiempo.

253 La curva que un punto describe en su movimiento se llama en general *trayectoria*; y por medio del cálculo sublime se determina con mucha facilidad el punto de la trayectoria, donde este móvil se halla á cada instante por medio del valor que tienen en aquel mismo instante ciertas líneas que en general se llaman *coordenadas*; pero como nuestro objeto se reduce ahora únicamente á un caso particular de esta teoría, cual es el manifestar las leyes del movimiento de los *proyectiles*; diré ante todas cosas que se llaman *proyectiles* todos aquellos cuerpos á que se les comunica un movimiento qualquiera, y continúan moviéndose en virtud de este movimiento ó impulso primitivo, combinado con el que les comunica la gravedad; y en la teoría de los proyectiles se trata de determinar todas las circunstancias de este movimiento. Mas como la principal aplicacion que se hace del movimiento de los proyectiles es á la direccion que siguen los cuerpos lanzados por las piezas de artillería, resulta que se ha caracterizado con el nombre

de *Balística* á aquella parte de la Mecánica que *trata del movimiento de los cuerpos pesados, lanzados en una direccion qualquiera.*

254 La teoría química de la pólvora (*) nos manifiesta que el impulso que por su medio se comunica á las balas, bombas &c. por las piezas de artillería, proviene de la fuerza espansiva de los gases que se forman en el momento de la esplosion y de la gran dilatacion del agua producida por el calor; y como luego que el proyectil sale del cañon, cesa ya esta accion, resulta que la balística no nos ofrece mas que esta cuestion. *Siendo arrojado un cuerpo en una cierta direccion con una velocidad constante, hallar todas las circunstancias de su movimiento.*

255 De este problema se pueden dar dos resoluciones; una haciendo abstraccion del in-

---

(*) *La pólvora se compone de salitre, azufre y carbon; por lo regular en nuestras fábricas seis libras de salitre se reunen con una de carbon y otra de azufre, y en el momento de su combustion se forma gas azoe, gas ácido carbónico, agua y amoniaco, y tambien se forma un sulfureto que ocsida y corroe las armas de fuego. Comparado el volúmen de la pólvora con el de los gases que se forman de ella en el momento de la esplosion, resulta lo menos la relacion de uno a cuatro mil; es decir, que una pulgada cúbica de pólvora en el momento de la esplosion ocupa un espacio lo menos de 4000 pulgadas cúbicas.*

termedio por donde pasa el proyectil, y considerando que los cuerpos se mueven en el vacío; y la otra teniendo en consideracion la resistencia que el ayre opone á los cuerpos que se mueven en él.

El primero que resolvió la cuestion considerada bajo el primer aspecto, esto es, haciendo abstraccion de la resistencia del ayre, fue *Galileo* (que nació en 1564, y murió en 1642), y demostró que en este supuesto la trayectoria era una *parábola*. Antes de él se ignoraba la ley del movimiento de los cuerpos pesados; pues los filósofos antiguos solamente habian notado que los movimientos de los cuerpos que caian, á que ellos llamaban *movimientos naturales*, aumentaban al paso que se alejaban del parage de donde caian; pero ninguno de ellos habia podido señalar en qué proporcion se verificaba este aumento de velocidad, y creian que esta velocidad crecia como los números naturales. Tambien sabian que los cuerpos lanzados en el ayre en una direccion cualquiera que no fuese vertical, describian una curva; pero no habian determinado su naturaleza ni sus propiedades. Los primeros artilleros creyeron que la trayectoria de los proyectiles se componia de tres partes, de las quales la primera descrita en virtud del movimiento comunicado al móvil, y que ellos llamaban *movimiento violento*, era una línea recta, así como la tercera que resultaba únicamente de la accion de la gravedad, mientras que la parte del medio era curva.

Tartaglia, matemático de Brescia en Italia, que nació en 1479, y murió en 1557, es el primero que demostró que ninguna parte de la línea que describe una bala arrojada, puede ser recta, sino una curva efectiva; y reconoció tambien que el mayor alcance en el vacío resultaba de tirar por la elevacion de 45°.

256 Galileo, despues de haber descubierto la ley con que obraba la gravedad, aplicó su teoría al movimiento de los proyectiles; y componiendo el movimiento comunicado al móvil, con el que resulta de la accion de la pesantez, reconoció que la trayectoria era una *parábola*.

En efecto, si suponemos que un móvil sea arrojado en la direccion de la línea AB (figª 68) con una velocidad qualquiera, tendremos que como desde aquel mismo instante queda sujeto á la accion de la gravedad, que supondremos obra en la direccion A P P′ P″ &c, resulta que no permanecerá sino un instante en la direccion de AB. Concibamos que la recta AC represente la velocidad que se ha comunicado al móvil, ó el espacio que correria en la primera unidad de tiempo en virtud de esta velocidad, y que AP sea el que correria en la misma unidad de tiempo en virtud de la gravedad si estuviese libre. Este móvil, hallándose solicitado por dos fuerzas AC y AP, se hallará en el punto M al cabo de esta unidad de tiempo. Tomando $AC' = 2AC$, y $AP' = 4AP$, el móvil, al llegar á M habrá adquirido una velocidad por parte de la gravedad,

capaz de hacerle correr PP′ (*), triplo de AP en la segunda unidad de tiempo; mas debiendo correr CC′ en el mismo tiempo, en virtud de la velocidad primitiva que se le comunicó, se hallará en M′. Si se toma $AC''=3AC$ y $AP''=9AP$, se verá que al cabo de la tercera unidad de tiempo se hallará el móvil en M″, y así sucesivamente.

Si comparamos AC′ con AC″, tendremos

$$AC' : AC'' : : 2AC : 3AC : : 2 : 3,$$

ó elevando al quadrado esta proporcion, será

$$AC'^2 : AC''^2 : : 4 : 9,$$

y comparando los valores de AP′, AP″, tendremos $AP' : AP'' : : 4AP : 9AP : : 4 : 9$,
y como esta proporcion y la antecedente tienen comun la última razon, podremos formar proporcion con las otras, y tendremos

$$AC'^2 : AC''^2 : : AP' : AP'';$$

pero $AC'=P'M'$, $AC''=P''M''$;
luego si substituimos en vez de AC′, AC″ estos valores, tendremos $P'M'^2 : P''M''^2 : : AP' : AP''$; luego en la curva AMM′M″ &c., se verifica que los quadrados de las líneas P′M′, P″M″, que se llaman *ordenadas*, son como las líneas

(*) *La razon es, porque al llegar á M ha adquirido una velocidad capaz* (28) *de hacerle correr en el instante siguiente el duplo de AP; y como en dicho instante siguiente la gravedad le comunica otro impulso igual con AP, resulta el triplo.*

AP′, AP″, que se llaman *abscisas*; y como esta es una propiedad esencial de una curva que se llama *parábola*, resulta que esta es la curva descrita.

257 En este razonamiento no se hace entrar para nada la resistencia que el ayre opone al proyectil; y así, las tablas que construyó Galileo no son aplicables sino al caso en que siendo la velocidad inicial muy pequeña, resulta que el ayre no opone una resistencia muy sensible. *Blondel* hizo sin embargo uso de estas tablas en su arte de arrojar las bombas. *Bellidor* en su bombardero frances ha dado otras mas detalladas, y tambien *Maupertuis* calculó fórmulas de balística para el mismo caso en las memorias de la Academia de las Ciencias de Paris del año de 1731.

Estas tablas y estas fórmulas no pueden ser de ningun uso en la práctica; porque el ayre, á pesar de su gran rarefaccion, opone una resistencia que modifica considerablemente el movimiento de los proyectiles, en tales términos que puede llegar á ser solo la décima ó vigésima parte de la que sería en el vacío, como se puede ver en Morla, Robins, &c, y como manifestaremos despues. Luego no se puede considerar como una aprocsimacion el movimiento parabólico, que difiere bajo todos aspectos del de los proyectiles; y tanto mas quanto la velocidad inicial del móvil es mayor, á causa de que *á igualdad de circunstancias la resistencia crece como el quadrado de la velocidad.*

Newton es el primero que ha considerado el movimiento de los cuerpos en los medios resistentes, y construyó la curva descrita por el proyectil en la hipótesis de que la resistencia es proporcional á la simple velocidad. Como esta resistencia pende de la densidad del fluido, varía al mismo tiempo que esta; y la misma ley de resistencia combinada con las diversas leyes que se pueden imaginar en la variacion de la densidad del medio, da lugar á una infinidad de trayectorias diferentes. Newton se contentó con tratar, en el caso en que la resistencia era proporcional al quadrado de la velocidad, la siguiente cuestion: *dada la naturaleza de la trayectoria, hallar la ley de densidad que se requiere*; y para poner un egemplo de esta cuestion, determinó la ley de las densidades, en virtud de las cuales el móvil describiria una hipérbola; y concluyó en general de estas investigaciones, que la trayectoria de los proyectiles en los medios que sufren una resistencia continua, era una *curva del género hiperbólico*.

Esta conclusion vaga parece probar, ó que Newton se habia detenido por la dificultad del problema directo, ó que no lo habia juzgado bastante importante para tratarlo con toda la atencion que ecsigia. Sin embargo, se puede creer que el primer motivo fue el que impidió á Newton dar mas precision á esta parte de su inmortal obra; porque *Keil*, que debia estar bien instruido de ello, creyó poder hacer callar

á Bernoulli, proponiéndole por desafio el resolver el problema de la trayectoria, descrita por un proyectil en un medio que resistiese como el quadrado de la velocidad.

Juán Bernoulli, aunque incomodado por la poca atencion con que *Keil* le habia propuesto este problema, aceptó el desafio; pero anunció que no publicaria su resolucion, sino despues de saber que su adversario habia encontrado una. Algun tiempo despues, *Taylor* hizo saber á Bernoulli que él habia resuelto el problema: entónces este publicó su resolucion en las actas de Leipsick, en la qual suponia con toda generalidad que la resistencia fuese proporcional á una potencia qualquiera de la velocidad. Esta resolucion hacia depender la cuestion de la quadratura de algunas curvas transcendentes, y se puede considerar por completa quando se considera solo bajo un punto de vista puramente analítico; pero su aplicacion á la práctica presentaria las mayores dificultades. Por esta causa Euler volvió á considerar esta cuestion en las memorias de la Academia de Berlin del año de 1753.

Borda se ha ocupado tambien de ella con el mismo objeto y con mucho suceso, en las memorias de la Academia de Paris del año de 1769.

Legendre ha dado una disertacion sobre la *balística* en una memoria que ganó el premio propuesto por la Academia de ciencias de Berlin del año de 1782. *Tempelhoff* ha tratado tambien analíticamente este problema en las mismas me-

morias de Berlin de los años de 1788 y 1789. Y por último, en el 11º quaderno de la Escuela politécnica se halla una memoria de Moreau, que tiene el mismo objeto. Con presencia de todos estos trabajos, escepto los de Tempelhoff y Legendre, que no he podido tener á la vista, me he ocupado de la misma cuestion, y voy á presentar aqui el resultado de mis investigaciones con el fin de suministrar todos los detalles necesarios para poder construir la verdadera trayectoria; dejando para mi tratado de Mecánica el tratar de esta teoría con la estension que requiere su importancia.

258 El método que se sigue para resolver la cuestion en general, es el siguiente: se consideran todas las fuerzas que obran en el proyectil, que son la velocidad inicial, la fuerza de la gravedad y la resistencia que ofrece el intermedio, referidas á tres planos rectangulares que se toman por planos coordenados; y se descomponen en otras fuerzas que obran en la direccion de los tres eges rectangulares. Esta descomposicion de fuerzas nos suministra tres equaciones diferenciales.

Si en estas tres equaciones se elimina todo lo que no sean las coordenadas del plano horizontal, se llega á obtener entre estas una equacion que es la de la línea recta; lo qual manifiesta *que la proyeccion de la trayectoria en el plano horizontal es una línea recta*; ó lo que viene á ser lo mismo, que la trayectoria se ha-

lla toda en un plano vertical, ó que dicha trayectoria es una curva de *simple curvatura*. Esta verdad simplifica considerablemente los cálculos, porque entónces no tenemos que atender sino á dos de las equaciones diferenciales.

Egecutando con estas dos equaciones las operaciones convenientes para despejar la resistencia, se obtiene esta equacion $R = -\frac{g.d^3z.ds}{2(d^2z)^2}$, en la qual R espresa en términos generales la resistencia que ofrece el intermedio; d^3z, espresa la diferencial tercera de la coordenada vertical; ds, la diferencial del arco de curva; y $(d^2z)^2$, es el quadrado de la diferencial segunda de la misma coordenada vertical.

Por medio de esta equacion se puede determinar la ley de resistencia que se necesita para que un móvil describa una curva dada; pero como esta investigacion no nos podria traer ninguna utilidad, no nos detendremos á considerar esta cuestion, pues el que desee satisfacer su curiosidad sobre este punto, podrá consultar los trabajos de Newton, Borda y Legendre.

En todos los cálculos hechos hasta sacar la equacion antecedente, ha permanecido R absolutamente indeterminada; pero ya de aqui en adelante conviene darle alguna determinacion; y aun ahora podemos proceder con una total generalidad, suponiendo que la resistencia es proporcional á una potencia qualquiera de la

velocidad, ó que la resistencia es proporcional al quadrado de la velocidad, que es el caso que mas se aprocsima á la naturaleza. En efecto, en las velocidades pequeñas está bastante bien comprobada esta verdad; pero en las grandes se ha objetado que el proyectil dejaba tras de sí un vacío, el qual hacia que sufriese mayor resistencia el ayre que tiene delante. La velocidad con que el ayre procura entrar en el vacío es sobre poco mas ó menos de 1550 pies españoles; luego mientras la velocidad no esceda á esta cantidad, no habrá riesgo de que se forme este vacío; hay otro motivo para presumir que la resistencia del ayre no se separa mucho de esta razon, y es que el ayre no pudiéndose escapar lateralmente, huye delante del cuerpo y disminuye la presion del resto de la masa. En virtud de lo qual, como nosotros no haremos aplicaciones á mayores velocidades que la de 1550 pies españoles por segundo; pues aunque la inicial de los proyectiles sea mayor, á pocos instantes ya disminuye, como se verá (§ 286), partiremos del principio de que la resistencia sea proporcional al quadrado de la velocidad, multiplicado por una cantidad constante; luego si la velocidad inicial la espresamos por v, y la cantidad constante la espresamos por $\frac{1}{2}A$, tendremos $R=\frac{1}{2}Av^2$.

Combinada esta equacion con todas las antecedentes, y continuando el cálculo, llegamos á una equacion general, de la qual podemos des-

cender al caso particular de que sea nula la resistencia, haciendo $A=0$; cuyo supuesto, despues de algunas transformaciones, nos conduce

á la equacion $z=\text{tang.}\beta\times x-\dfrac{x^2}{4h\times\cos.\beta^2}$ (m),

en la qual el ángulo β espresa el DAH (figª 69) que forma la direccion con que sale el proyectil de la pieza con el horizonte, y h la altura debida á la velocidad con que sale el proyectil de la boca de la pieza, á cuya velocidad se le caracteriza con el nombre de *inicial*; la x, representa las partes AP que se toman en la AH, á que se llaman *abscisas*, y la z representa las MP que desde el estremo de las abscisas suben perpendicularmente hasta encontrar á la curva, y se llaman *ordenadas*; y á las dos juntas AP, PM se les llama *coordenadas*.

259 Esta curva, que es una *parábola*, es fácil de construir por medio de la equacion anterior para los que estén versados en la teoría de las curvas; pero con el fin de dar aqui una construccion sencilla, observaremos que si se toma por ege de las x, el KAK′ (figª 70), y por ege de las z la línea de tiro DAD′, la equacion anterior, haciendo en ella las substituciones necesarias para esta transformacion, se nos convierte en $z^2=4hx$ (n),

en la qual z representa ahora las MP, ó M′P, y x las partes AP del ege comprendidas entre el punto de orígen A y el parage por donde se

deben tirar las MP, que deben ser siempre paralelas á la línea de tiro DAD′.

Esta equacion nos suministra una construccion bien fácil de entender. Sea D′AD (fig.ª 71) la línea de proyeccion ó de tiro, cuya posicion se determinará haciendo que forme con la horizontal AH el ángulo DAH igual con el de elevacion con que tira la pieza. Despues en la parte AD′ se tomará una parte AB igual con $4h$, y por B se tirará la SBT paralela á KAK′; por los puntos F de la BS, y por A, se tirarán las FAF′; en la AD se tomarán las partes AL=BF, y por los puntos L se tirarán las LM paralelas á la KAK′, y los puntos M en que encuentre cada una á su correspondiente FAF′, serán puntos de la curva.

En efecto, si tiramos las MP paralelas á DAD′ serán iguales á sus opuestas AL en los paralelogramos APML; y AP=LM por la misma razon; pero los triángulos ALM, ABF son semejantes por tener sus ángulos iguales; luego nos darán esta proporcion AB:BF::AL:LM; y como

$AB=4h$, $BF=AL=MP=z$, y $LM=AP=x$, se tendrá substituyendo estos valores $4h:z::z:x$, de donde multiplicando estremos y medios, sale

$$z^2=4hx;$$

y conviniendo esta equacion á todos los puntos que se construyan del mismo modo, resulta que la curva construida es la que conviene á la equacion propuesta.

La parte de curva que debe haber inferior á la AD′ no nos hace al caso en nuestra cuestion; pero se construye del mismo modo tirando las fA, tomando las partes Al iguales con Bf', y tirando por l las líneas paralelas á la KAK′ como se ve en la figura.

El punto de su mayor elevacion se determina por la teoría de los *mácsimos* y *mínimos*, hallando qual es el mayor valor de z en la equacion (m), y se encuentra que el mayor valor de z es NB (figª 69), que corresponde al valor de $x=AB=2h$ sen. $\beta \times$ cos. $\beta=h$ sen. 2β, que da para BN un valor espresado por $h\times$ sen. β^2.

260 La amplitud del tiro se halla buscando el punto C en que la curva vuelve á encontrar al ege de las x; y se obtiene que

$$AC=4h\times \text{sen. } \beta \times \text{cos. } \beta=2\,AB\ ;$$

lo que manifiesta que la amplitud de la rama ascendente AN es igual á la descendente NC; y todas las demas consideraciones hacen ver que toda la rama ascendente AN es igual en todas sus partes y posicion á la descendente NC.

261 Si dada una velocidad determinada, queremos averiguar qué valor debe tener el ángulo β para ser el mayor posible, no tendremos mas que averiguar quando es un *mácsimo* la espresion $4h\times$ sen. $\beta\times$ cos. $\beta=2h\times$ sen. 2β, y se halla que es quando $\beta=45^\circ$, lo qual quiere decir que el mayor alcance se obtiene en el vacío apuntando por el ángulo de 45°.

262 Si dada la velocidad quisiéramos hallar la inclinacion que debe tener la línea de tiro con la horizontal para tener un alcance conocido é igual con P, haríamos $z=P=2h\times\text{sen.}\,2\varepsilon$; lo que nos daria

$$\varepsilon=\tfrac{1}{2}\text{arco (cuyo seno es}=\frac{P}{2h}\text{)},$$

en cuyo resultado debemos notar que para que el problema no sea absurdo deberá ser siempre

$$P<2h,\ \text{ó lo mas}\ P=2h;$$

porque de lo contrario resultaria un seno mayor que el radio, lo que no puede ser. Tambien debemos notar que como un seno corresponde tanto á un arco como al que le sirve de suplemento, esta cuestion da dos resoluciones y quiere decir, por egemplo, que si para arrojar la bala ó bomba desde C á E (fig.ª 72), se encuentra que el ángulo de elevacion ó de tiro debe ser el DCE; tambien formando el ángulo KCD′=DCE, y tirando bajo el ángulo D CE se llegará á herir en el punto E; y en efecto, las dos parábolas que se construyan bajo estos ángulos y una misma velocidad inicial, irán á parar á E, como se ve en la (fig.ª 72). En la práctica de la artillería se prefiere por lo general el tirar bajo el ángulo menor DCE por quanto se destruyen menos los afustes de las piezas, y por otra parte es menor la resistencia y mas rasantes los tiros.

263 Estas son las principales propiedades que resultan de prescindir del intermedio, ó de

suponer que el proyectil camina en el vacío; pero volviendo á considerar la resistencia que ofrece el intermedio, se llegan á obtener dos equaciones que espresan las diferenciales de la abscisa x y de la ordenada z, las quales no se pueden integrar; y por lo mismo no se puede hallar una equacion algebráica entre dichas coordenadas.

264 Sin embargo, como el espíritu humano ha llegado en estos últimos tiempos á superar grandes dificultades por medio del grado de perfeccion á que ha elevado los métodos analíticos, ha sabido tambien seguir otro rumbo en esta cuestion para poder sacar partido de todos los recursos del cálculo; y aunque este camino es largo y penoso, como á los geómetras no hay nada que les arredre y detenga quando conciben que pueden resultar ventajas al género humano, no obstante han seguido por él hasta poder construir la curva y determinar sus propiedades.

En efecto, por medio del cálculo diferencial se pueden determinar todas las propiedades de las curvas, de qualquier clase que sean, aun quando no se puedan espresar sus equaciones en términos algebráicos; y así es que se obtiene con mucha facilidad la equacion diferencial del arco de trayectoria trazado por el proyectil contando con la resistencia que ofrece el intermedio; cuya equacion se puede integrar y se obtiene la siguiente equacion (*).

(*) *En mi tratado de Mecánica pondré to-*

$$S=\frac{1}{A}\log.\left(1+Ah\times\cos.\beta^2\,[f(\beta)-f(\alpha)]\right)\ (o),$$

la qual nos manifiesta que la verdadera trayectoria es rectificable; es decir, que podemos hallar la longitud de un arco qualquiera substituyendo en vez de las letras las cantidades que representan; S espresa la longitud del arco de curva considerado estendido en plano; A espresa el duplo del coeficiente por quien se ha de multiplicar el quadrado de la velocidad para que esprese la resistencia que opone el ayre al proyectil; h es la altura debida á la velocidad inicial; β es el ángulo de proyeccion DAC (figª 73); α es el ángulo $D'fC'$ que forma la tangente en un punto qualquiera de la curva con la horizontal AC ó su paralela fC' en el punto de contacto f; $f(\beta)$ espresa una cantidad de esta forma

$$\frac{\text{sen.}\ \beta}{(\cos.\ \beta)^2}+\log.\ \text{tang.}\left(45^\circ+\tfrac{1}{2}\beta\right),$$

donde este log. tang. debe ser el logaritmo *hiperbólico* ó *neperiano*; $f(\alpha)$ espresa la misma cantidad ó funcion del ángulo α.

Debemos advertir tambien que el logaritmo que afecta á todo lo que hay dentro del parén-

---

das las operaciones intermedias que conducen á este resultado; y no lo hago aqui porque mi objeto es el que se pueda construir la curva sin necesidad de saber el cálculo infinitesimal.

tesis, tambien es el neperiano ó hiperbólico y no el tabular.

265 Ahora, concibiendo la curva dividida en arcos *Ab*, *bc*, *cd*, *de*, &c. bastante pequeños para que se puedan considerar como líneas rectas sin error sensible, tendremos que todos estos arcos nos serán conocidos, *Ab* directamente por la equacion anterior, *bc* hallando por la misma equacion las longitudes de *Ac* y *Ab*, y restándolas se tendrá *bc*, &c.; y tirando por sus estremos líneas paralelas á sus eges, en cada uno de los triángulos rectángulos *Amb*, *bnc*, *cod*, &c. conoceremos la hipotenusa, que es la porcion de arco *Ab*, *bc*, *cd*, &c y los ángulos *bAm*, *cbn*, *dco*, &c que forma con el ege de las abscisas que está espresado por β en el primero, y por α en los demas; luego si á estas porciones de arcos las señalamos con Δs, á las partes *Am*, *bn*, *co*, &c con Δx, y á las *bm*, *cn*, *do*, &c con Δz, qualquiera de los triángulos, por egemplo, *bnc*, nos dará (*)

$$bn = bc \times \cos. cbn, \text{ y } cn = bc \times \text{sen}. cbn,$$

$$\text{ó } \Delta x = \Delta s \times \cos. \alpha, \text{ y } \Delta z = \Delta s \times \text{sen}. \alpha;$$

mas como en toda la estension de los arcos va disminuyendo α, si suponemos que α sea el valor, por egemplo, del ángulo *cbn*, y α' el del *dco*, nos saldrán los resultados mas ecsactos, si

(*) *Véase mi tratado* Elemental *de Matemáticas, tom. I.* § 649.

en vez de α tomamos $\frac{\alpha+\alpha'}{2}$;
luego si substituimos por S su valor (o) tendremos los que se señalan con (D), pliego último.

Entendido esto pasemos á construir la curva calculando las porciones de arco que corresponden á una diminucion en el ángulo que forma la tangente con el ege de las abscisas de 4 grados. Luego si suponemos que al llegar el proyectil á b haya disminuido ya 4 grados el ángulo que forma la tangente con el ege de las abscisas, esto es, que el ángulo *cbn* sea igual con DAC$-4°$, ó con $\beta-4°$, tendremos que $\frac{\alpha+\alpha'}{2}$ estará representado aqui por $\frac{\beta+\beta-4°}{2}=\beta-2°$

Ahora siguen los señalados con (E) *en dicho pliego.*

que como el factor $\frac{1}{A}$ es comun, y la diferencia de los logaritmos de dos cantidades es lo mismo que el logaritmo del quociente de dichas cantidades, la podremos poner bajo la forma (F): y así se continuará hasta llegar al punto mas alto en que el ángulo α sea $\beta-\beta=0$, y despues se continuará haciendo negativo el valor de α, y se tendrá $\beta+4°$, $\beta+8°$, y se mudará el signo á $f(\alpha)$ dentro del paréntesis.

266 Como en todas estas espresiones entra la cantidad indeterminada A, que depende de la

resistencia que opone el ayre al proyectil, trataremos ahora de determinarla. Para esto supongamos en general que sea B la superficie de un cuerpo espuesta al choque directo de un fluido, ó que la misma superficie se mueva en este fluido en una direccion perpendicular á la velocidad V, y tendremos que en un instante k correrá el espacio Vk; y por consiguiente habrá desalojado un volúmen de fluido espresado por el producto de la superficie B por el espacio Vk ó por BVk.

Ahora, si llamamos D la densidad de este fluido, tendremos que $BDVk$ espresará la masa de fluido que se habrá puesto en movimiento, y habrá recibido por consiguiente una cantidad de movimiento espresada por esta masa multiplicada por la velocidad ó por BDV^2k;
pero en virtud de lo dicho (§ 95) el impulso produce en el fluido una resistencia que es igual á la cantidad de movimiento comunicado; luego si llamamos M la masa del cuerpo que presenta la superficie B al choque directo del fluido, y k' la diminucion instantanea de velocidad, causada por la resistencia del fluido, tendremos

$$Mk'=BDV^2k,$$

de donde resulta $\frac{k'}{k}=\frac{BD}{M}\times V^2$,

y como $\frac{k'}{k}$ es la relacion que tiene el decremen-

to de la velocidad con el tiempo en que se obra, resulta que esta relacion espresa la resistencia R, y por lo mismo se tendrá $R=\frac{BD}{M}\times V^2$.

267 Quando se considera el movimiento en un fluido elástico, parece que es necesario duplicar estos valores de la resistencia en virtud de lo que hemos dicho (§ 100); de manera que en el ayre, que es un fluido elástico, se deberia tener $R=2\times\frac{BD}{M}\times V^2$.

Si señalásemos con las letras acentuadas las mismas cantidades en otro cuerpo que se moviese en otro fluido, tendríamos:

$$R'=\frac{B'D'}{M'}\times V'^2, \text{ ó } R'=2\times\frac{B'D'}{M'}\times V'^2.$$

Y si fuese el mismo el cuerpo y fluido, y solo variase la velocidad, que la señalaremos con V'' y con R'' la resistencia, sería

$$R''=\frac{BD}{M}\times V''^2, \text{ ó } R''=2\times\frac{BD}{M}\times V''^2;$$

y en ambos casos resulta formando proporcion y simplificando $R:R''::V^2:V''^2$, que espresa que *las resistencias en este caso son proporcionales á los quadrados de las velocidades.*

Si queremos reducir á medidas mas conocidas la espresion de la resistencia, llamaremos h

la altura de que deberá caer el cuerpo para adquirir la velocidad V, lo que nos dará (§ 50)

$$V^2=2gh;$$

y substituyendo este valor en el de R se tendrá

$$\begin{cases} R=\frac{BD}{M}\times 2gh \text{ para los fluidos incompresibles,} \\ \text{y } R=2\times\frac{BD}{M}\times 2gh \text{ para los elásticos.} \end{cases}$$

Pero $2Bh$ es el volúmen de un prisma que tiene B por base y $2h$ por altura; y por lo mismo $2Bh\times D$, será la masa de un prisma de fluido que tiene por base la superficie comprimida, y por altura el duplo de la que se debe á la velocidad V; y como g es la velocidad que la gravedad comunica en un segundo de tiempo, resulta que $2BDhg$ representa la cantidad de movimiento que dicho prisma adquiriria en virtud de la accion libre de su pesantez, ó lo que es lo mismo $2BDhg$ represénta el peso de dicho prisma, que si le espresamos por P tendremos:

$$\begin{cases} R=\frac{P}{M} \text{ para los fluidos incompresibles ,} \\ \text{y } R=2\times\frac{P}{M} \text{ para los fluidos elásticos.} \end{cases}$$

Casi todos los autores que han tratado de la resistencia de los fluidos, convienen en que guardan la razon de los quadrados de las velocidades; pero difieren bastante en punto al valor absoluto de dicha resistencia; y algunos, entre los

quales se cuenta Newton, le señalan solo la mitad de lo que hemos sacado.

Esta diversidad de resultados proviene de que aun no son bastante conocidas las circunstancias del choque de los fluidos, y por lo mismo no se deben considerar como de todo punto ecsactas las reglas que se deducen de la espresada teoría, y mucho menos debe tener lugar aqui el duplicar los resultados por ser el ayre fluido elástico. Los que han apelado á la esperiencia para averiguar este punto, tampoco concuerdan unos con otros; y por lo mismo nosotros tomaremos para nuestros cálculos el resultado de Newton, por ser el que con mas tino dedujo las teorías de sus ecsactas y juiciosas observaciones; es decir, que espresaremos como él la resistencia por $R = \frac{1}{2} \times \frac{BD}{M} \times V^2$.

268 Ahora debemos observar que quando la superficie B no choca perpendicularmente al fluido, es necesario descomponer la velocidad en otras dos; la una normal á la superficie y la otra dirigida en el sentido de esta superficie. La una no produce ninguna resistencia, y la otra tiene por valor V sen. θ, siendo θ el ángulo que forma la direccion de la velocidad con la de la superficie. Quando la superficie B no es plana se hace una descomposicion semejante; y siempre se puede obtener una superficie plana que sufra igual resistencia que una superficie curva. Sobre

este punto no entraremos en ningun detall, y seguiremos el resultado de Newton, el qual demuestra que la esfera sufre la misma resistencia que sufriria la mitad de uno de sus círculos mácsimos, ó que

Res.ª de Esfer. : Res.ª de círc. mácsimo :: 1 : 2,
lo que dá

Res.ª de Esfera $=\frac{1}{2}\times$ Res.ª de cír. mácsimo.

Y como si llamamos a el diámetro de la esfera, la superficie de un círculo mácsimo es (Trat. Elem. de Mat. T. I. § 522) $0{,}785\&c.\times a^2$, tendremos por último que superficie plana B, que sufre igual resistencia que la esfera, es igual á $\frac{1}{2}\times 0{,}785\&c.\times a^2$;
luego si substituimos este valor en el de R se tendrá

$$R=\frac{1}{2}\times\frac{\frac{1}{2}\times 0{,}785\&a^2\times D}{M}\times V^2=$$

$$\frac{1}{4}\times\frac{0{,}785\&\times a^2\times D}{M}\times V^2.$$

Ahora, como M representa la masa de la bala ó proyectil, y esta siempre es igual á su volúmen multiplicado por la densidad, resulta que siendo el volúmen de la esfera (Trat. Elem. de Mat. Tom. I. § 619 cor.º 2.º) $\frac{2}{3}\times 0{,}785\&c\times a^3$, si llamamos D' su densidad, se tendrá:

$$M=\frac{2}{3}\times 0{,}785\&c\times a^3\times D'.$$

Cuyo valor substituido en el de R, nos dará, despues de hecha la simplificacion,

$$R=\frac{3}{8}\times\frac{D}{D'a}\times V^2.$$

Luego lo que hemos llamado allá (§ 258)

$\frac{1}{2}A$, será igual con $\frac{3}{8}\times\frac{D}{D'a}\times V^2$,

de donde se deduce

$$A=\frac{3}{4}\times\frac{D}{D'a}=0,75\frac{D}{D'a}.$$

En cuya espresion D representa la densidad del ayre, D' la de la bala ó proyectil, y a su diámetro.

269 Ya no nos falta sino determinar la relacion que tiene el ayre con el hierro fundido, para que quede determinado todo el valor de A para las balas.

Tampoco convienen los autores en la espresion de dicha relacion; pero nosotros hemos multiplicado tres relaciones diferentes que nos han suministrado los autores, y del producto hemos estrahido la raiz cúbica, con lo que hemos sacado por relacion media del ayre al hierro fundido, la de 1:5795,2;

luego si en vez de $\frac{D}{D'}$ substituimos $\frac{1}{5795,2}$

tendremos por último resultado

$$A=0,0001294174\times\frac{1}{a}.$$

Ahora solo nos falta determinar el diámetro a de cada bala para tener calculado el coeficiente A para todos los calibres.

Pero segun Morla, pág. 341 del primer to-

mo de su obra de Artillería, en las balas de á 24 es $a=5$ pulgadas, 5 líneas y $5\frac{1}{7}$ puntos franceses, que equivalen á 0,4543651 del pie frances, ó á 0,529709 del pie español; luego para la bala de á 24 se tendrá:

$$A=\frac{0,0001294174}{0,529709}=0,0002443179.$$

El diámetro de la bala de á 16, segun el mismo, es 4 pulgadas, 9 líneas y $1\frac{5}{7}$ puntos franceses, que equivalen á 0,3968254 del pie frances, ó á 0,462629 del pie español; por lo que á esta le corresponde

$$A=\frac{0,0001294174}{0,462629}=0,0002797434.$$

En la bala de á 12 se tiene $a=4$ pulgadas, 3 líneas y $10\frac{2}{7}$ puntos franceses $=0,36011904$ del pie frances $=0,419835$ del pie español, lo que da

$$A=\frac{0,0001294174}{0,419835}=0,00030825777.$$

En la de á 8 se tiene $a=3$ pulgadas, 9 líneas y $3\frac{3}{7}$ puntos franceses $=0,3144841$ del pie frances $=0,366633$ del pie español, de donde

sale $$A=\frac{0,0001294174}{0,3144841}=0,0004115229.$$

En la de á 4 se tiene $a=3$ pulgadas francesas $=0,25$ del pie frances $=0,291456$ del pie español, por lo que

$$A=\frac{0,0001294174}{0,291456}=0,0004440375.$$

270 En las bombas y granadas que hasta ahora han estado en uso, no corresponde el centro de gravedad con el centro de volúmen, porque por el fondo tenia esta municion mayor espesor de metales; es decir, que la parte interior hueca no era una esfera completa, sino una esfera á que le faltaba un casquete, y por lo mismo resultaba en el fondo una parte mas sólida que en todo lo demas, á cuya parte se le llama *culote*. El objeto de este culote es, segun parece, el que la bomba ó granada al caer quedase con la boquilla ácia arriba, sin duda con el fin de que la espoleta no se apagase; pero como en el dia se hacen las espoletas de un misto que no se apaga ni aun dentro del agua, juzgo que es inútil semejante culote, el qual debe disminuir los alcances y variar la direccion del proyectil; porque al caminar la bomba ó granada va dando vueltas; el punto, al rededor del qual da las vueltas, es el centro de gravedad; y como este no coincide con el de volúmen, resulta que la curva trazada va haciendo una multitud de *zic-zaques* que entorpecen considerablemente los movimientos del proyectil, y origina que la curva trazada sea efectivamente de *doble curvatura.*

Como el objeto de los franceses en el sitio de Cádiz era aumentar todo lo posible los alcances, lo primero que hicieron fue el quitar el culote

á sus granadas y el disminuir su grueso por la parte inferior, con el fin de que esta diminucion se equilibrase con el agugero por donde entra la espoleta, con lo qual consiguieron que el centro de gravedad coincidiese con el centro de volúmen; y por lo mismo, siendo mas regulares los movimientos, tendria menos resistencia que vencer, y los alcances serian mayores. Otra de las causas que deben acortar los alcances en los proyectiles conocidos, es el misto de la espoleta, por dos causas diversas; primera, por la calidad del misto, que teniendo mucha fuerza es una nueva potencia que siempre intenta separar el proyectil de su camino, y la segunda el que la parte que sale fuera del proyectil entorpece considerablemente su movimiento. Los franceses quitaron ambos obstáculos en sus espoletas, pues en ellas usaron de un misto de poca fuerza que en nada podia distraer al proyectil de su camino, y las hicieron de modo que no saliese fuera de la granada ninguna parte de la espoleta, con lo qual consiguieron no solo el evitar que causase mayor resistencia el ayre, sino tambien el poderlas tirar con obuses que hicieron á propósito, como se ve en la (figª 74); cuya ánima tenia de longitud ocho veces y quarto su calibre, con el fin de que permaneciendo mas tiempo el proyectil dentro de la pieza, saliese de ella con mayor velocidad inicial; y para que la espoleta durase mas, hicieron que el misto siguiese la direccion A*bc*D, que se ve en la (figª 75). La otra circunstancia

que reunieron en sus proyectiles para aumentar el alcance, fue el rellenarlos de plomo, para que siendo mayor su peso absoluto bajo el mismo volúmen, aumentase su peso específico; pero esta ni es invencion moderna ni de los franceses, pues hace mucho tiempo que los ingleses en Mahon arrojaron con un mortero marino una bomba de 185 libras de peso (francesas), cuyo diámetro era 11 pulgadas y 10 líneas, y con $22\frac{1}{2}$ libras de pólvora alcanzó á 2090 toesas, quando su mayor alcance es, segun Morla, de 2024 toesas, y el ordinario está entre 1700 y 1800 toesas.

Por esta causa Borda, en la célebre Memoria que ya hemos citado, presenta una tabla en que estan calculados los alcances para una bomba de 140 libras de peso, cuyo diámetro era de 11 pulgadas y 8 líneas, y para otra de 175 libras, cuyo diámetro fuese el mismo; las quales arrojadas con una velocidad inicial de 1200 pies por segundo, alcanzarian, segun su cálculo, la primera á 1906 toesas, y la segunda á 2190 toesas.

271 Nosotros, acerca de las bombas y granadas, solo nos propondremos construir la curva trazada por la granada rellena de plomo, y la bomba sin boquillas, que arrojaban los franceses, y la de una granada comun de las nuestras; porque solo en estas tenemos determinada la relacion de su peso específico con el del ayre (§ 171).

Y puesto que esta relacion que hemos en-

contrado alli para la granada rellena de plomo es de 5544,397:1, tendremos que substituyendo este valor en la espresion de A, se nos convertirá en $A=0,75\times\frac{1}{5544,397\times a}$;

y como el diámetro a de esta granada era de 7 pulgadas, 8 líneas y 3 puntos franceses, ó 0,640625 del pie frances, ó 0,746855 del pie español, será

$$A=\frac{0,75}{5544,397\times0,746855}=\frac{0,75}{4140,8606}=$$

0,000181122.

En la bomba sin boquillas, se tendrá, en virtud de la relacion sacada (§ 171)

$$A=\frac{0,75}{5093,007\times a};$$

y como $a=9$ pulgadas, 11 líneas y 3 puntos franceses $=0,828125$ del pie frances $=0,965447$ del pie español, se tendrá

$$A=\frac{0,75}{5093,007\times0,965447}=0,000152531.$$

En nuestra granada de 7 pulgadas, 9 líneas y 5 puntos franceses, que equivalen á 0,7563004 del pie español, en virtud de la relacion de densidades que hemos hallado (§ 171), se tendrá

$$A=\frac{0,75}{4450,124\times0,7563004}=0,000222841.$$

272 Entendido esto, pasemos á construir la

curva para la granada rellena de plomo, y cuyo coeficiente A está representado por 0,000181122; pero aun para esto necesitamos determinar en la espresion [(o) § 264] el valor de h y el de 6.

Si nuestras investigaciones las queremos hacer solo por curiosidad, podríamos tomarlas arbitrarias; pero como lo que ha dado orígen á nuestras investigaciones, ha sido el averiguar qual es el mayor alcance, calcularemos nuestras curvas para los mayores alcances.

En el vacío el ángulo de proyeccion que da mas alcance, es el de 45°; pero contando con la resistencia del ayre, este ángulo varía para cada pieza y para cada velocidad inicial, notándose que mientras mayor sea esta velocidad, mas dista de 45° el ángulo que proporciona el mayor alcance.

La esperiencia manifiesta que para una pieza de á 24 cargada con $8\frac{1}{2}$ libras de pólvora, este ángulo está entre 40 y 45°; y que para la bomba tambien se halla entre estos mismos límites, aunque mas prócsimo á 45° que á 40; pero nosotros calcularemos nuestras curvas para un ángulo de proyeccion de 40°, es decir, que supondremos $6=40°$ en nuestra fórmula, porque tenemos noticia de que este era por el que tiraban los franceses, y en efecto, se debe acercar mucho al de mácsimo alcance sino lo es.

La única cantidad que nos falta determinar es h, que espresa la altura debida á la velocidad inicial; este dato, que es el mas interesan-

te, es justamente el menos conocido. La mayor parte de los autores han comparado la fuerza espansiva de la pólvora con la del ayre, que estuviese comprimido en el espacio ocupado por la carga, en el supuesto de que al principio de la esplosion toda la pólvora se reduzca á un solo fluido elástico, y han deducido la velocidad adquirida por el desarrollo del fluido comprimido y su fuerza elástica. En esta hipótesis la ha determinado *Daniel Bernoulli*, teniendo en consideracion el *huelgo ó viento*, y el *oido* de la pieza que facilita al fluido el escaparse; y ha encontrado que la fuerza elástica del fluido contenido en la carga era al menos 10000 veces mayor que la presion del ayre; y que haciendo abstraccion de estas aberturas, esta fuerza debia ser 6004 veces mayor que la misma presion. En la seccion 10 de su Hidrodinámica presenta los procedimientos ingeniosos y elegantes fórmulas que le han conducido á estos resultados.

273 *Robins* ha determinado tambien la velocidad inicial en esta hipótesis de la inflamacion instantanea, que él mismo ha establecido como principio, y que aun ha tratado de demostrar; y ha encontrado que la fuerza elástica de la pólvora inflamada era 1000 veces mayor que la presion del ayre. *Euler* en sus comentarios á *Robins* ha dado tambien fórmulas, tanto para el caso de que toda la pólvora se inflame, como para otras hipótesis.

Por desgracia todas estas fórmulas no dan

la verdadera medida de la fuerza de la pólvora, y la hipótesis de la inflamacion instantanea no se puede admitir como cierta; porque quando se prende fuego en un punto de la carga, no se puede comunicar á los estremos sin pasar por todos los puntos intermedios, lo que no se puede verificar sino sucesivamente; de donde resulta que el proyectil recibe impulsos sucesivos durante el tiempo de la esplosion. Es cierto que la inflamacion se verifica en un tiempo muy corto; pero si, como dice *Euler*, la bala gasta $\frac{1}{100}''$ en correr la longitud del ánima de la pieza, y la carga emplea el mismo tiempo en inflamarse del todo, resulta que en el momento en que cesa la inflamacion, la fuerza elástica de la carga no es la misma que la que se verificaria si la inflamacion fuese instantanea. Ademas se sabe que una parte de la pólvora sale de la pieza sin inflamarse, lo que prueba tambien que la inflamacion es sucesiva. En estos cálculos es necesario atender tambien al aumento de fuerza por el calor y á otras circunstancias, por lo qual se debe inferir que la fuerza elástica es mayor que la determinada por los mencionados autores. El conde de *Rumford* ha deducido de sus esperimentos, que dicha fuerza, en el momento de la esplosion, es mas de 50000 veces mayor que la presion de la atmósfera. De esta sencilla esposicion se deduce que este método de determinar la fuerza de la pólvora no es el mas á propósito, y que no es el mejor para determinar la velo-

cidad inicial; y el único que hasta ahora parece que puede conducirnos á resultados ecsactos, es el hacer oscilar la pieza como un péndulo; pero á pesar de los esperimentos que *Hutton* ha hecho en Inglaterra sobre el péndulo balístico, se puede asegurar que aun está todo por hacer en esta parte.

274 Sin embargo, ya sea por esperimentos, ya por observaciones hechas en la práctica, y ya por los resultados de estos mismos cálculos, el hecho es que en el dia se reputa por cierto que cargando un cañon de á 24 con 6 libras de pólvora de la que en la prueba arroja el morterete á 140 toesas, es capaz de producir una velocidad inicial de 1400 pies franceses (*), y que con 12 libras de la pólvora que arroja el morterete de prueba solo á 100 toesas, produce la misma velocidad inicial; y por lo mismo nosotros supondremos que con la modificacion que los franceses hicieron en los obuses, prolongando su ánima para que estuviese el proyectil mas tiempo dentro, y demas que pudieron efectuar triturando mejor la pólvora (**), que se obtuviese

(*) *En efecto, en el* Aide memoire d'Artillerie, *frances, se establece que con esta carga se obtiene la espresada velocidad, que es la que deben tener las balas para arruinar las defensas.*

(**) *Los efectos de la pólvora se aumentan considerablemente triturándola bien; ha sido muy famosa nuestra pólvora fabricada en Man-*

una velocidad inicial de 1800 pies españoles, que corresponden á menos de 1600 pies franceses; y por lo mismo nosotros calcularemos nuestras curvas para esta velocidad inicial de 1800 pies españoles por segundo.

Pero como $h=\frac{V^2}{2g}$, para determinar h es necesario conocer de antemano la fuerza de la gravedad g con ecsactitud; y por lo mismo la hemos calculado directamente y con toda ecsactitud para Cádiz (§ 113), que es $g=35,1607$, por lo qual se tendrá

$$h=\frac{(1800)^2}{70,3214}=46180,39.$$

275 Determinados ya todos los datos que nos han de servir para la construccion de nuestra curva, veamos que simplificaciones se pueden hacer en la espresion

$$S=\frac{1}{A}\log.\left(1+Ah\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\alpha)\,]\right).$$

---

resa, quando era director de aquel establecimiento Don Josef Martinez Rueda. De los esperimentos hechos por Don Luis Proust en sus lecciones de Química, á que asistí, resultaba que de las mejores pólvoras de Inglaterra, Mégico, Villafeliche &c., ninguna llegó á dar 8 grados en su probeta; y la de Manresa dió hasta 23½ grados.

En primer lugar observaremos que $f(\beta)$ es constante para una misma trayectoria; $f(\alpha)$ es una funcion de la misma forma que $f(\beta)$, pero que es diferente para cada punto de la curva; luego si calculamos

$$f(\alpha)=\frac{\text{sen.}\alpha}{(\cos.\alpha)^2}+\log.\ \text{tang.}\ (45^\circ+\tfrac{1}{2}\alpha)$$

de grado en grado para todos los contenidos en un quadrante, podremos abreviar considerablemente el cálculo.

El calcular el primer término no tiene gran dificultad; porque basta hallar el logaritmo de sen. α, y de esto restar el duplo del logaritmo de cos.α, y la resta ver á que número corresponde. El calcular el segundo término no presenta á primera vista mas dificultad que el hallar en las tablas el logaritmo de la tangente de $45^\circ+\frac{1}{2}\alpha$; pero como este logaritmo que tenemos indicado aqui es el logaritmo neperiano, y los logaritmos de las tangentes los tenemos calculados solamente en el sistema tabular, resulta que el logaritmo que hallemos en las tablas le deberemos reducir al neperiano, multiplicándole por el factor constante 2,302585092994; esto hace mas engorroso el cálculo, pero formando una tabla de este factor constante, análoga á la Pitagórica, y usando del método abreviado de la multiplicacion de las decimales, se acorta algo el camino; hallado ya este producto se suma con el resultado del

primer término, y se tiene lo que se pretende.

Como siempre que ha habido ecsámenes en la Academia militar de la Isla de Leon, he merecido al Gobierno la confianza de que me comisione para verificar dichos ecsámenes, me convencí de los buenos deseos con que todos los individuos de aquella Academia cooperaban á la ilustracion de nuestros defensores; y D. Mariano Gil de Bernabé, digno director de ella en aquel tiempo, me permitió que encargase el cálculo de los noventa valores de $f(\alpha)$ á dos alumnos de aquel establecimiento, que lo fueron D. Pio Gomez Gutierrez y D. Manuel García. Yo les presenté el tipo del cálculo para los valores de $\alpha=1°$, $\alpha=45°$ y $\alpha=89°$; encargándoles que cada uno hiciese los cálculos de por sí, que los comprobasen, que si no confrontaban los resultados, los volviesen á egecutar, hasta que ambos conviniesen; y en efecto, me calcularon estos valores, que rectificados por mí, son los contenidos en la

Tabla en que se contienen los valores de

$$f(\alpha)=\frac{\text{sen. }\alpha}{(\cos.\alpha)^2}+\log.\text{ tang.}(45^\circ+\tfrac{1}{2}\alpha).$$

valores de α.	*valores de* f(α).	*valores de* α.	*valores de* f(α).
1°	0,03491983	22°	0,8295255
2°	0,06981551	23°	0,8737954
3°	0,10486409	24°	0,9190574
4°	0,13996756	25°	0,9653890
5°	0,17519022	26°	1,0141156
6°	0,21045274	27°	1,0615692
7°	0,24578516	28°	1,1115901
8°	0,28200411	29°	1,1630225
9°	0,21808860	30°	1,2159727
10°	0,35437287	31°	1,2705466
11°	0,39109450	32°	1,3268647
12°	0,4289269	33°	1,3850563
13°	0,46580596	34°	1,4452617
14°	0,5097603	35°	1,5076322
15°	0,5330317	36°	1,5723311
16°	0,5812553	37°	1,6373697
17°	0,6208585	38°	1,7094536
18°	0,6608991	39°	1,7822798
19°	0,7020308	40°	1,8582798
20°	0,7437072	41°	1,9377026
21°	0,7862809	42°	2,0207770

valores de α.	*valores de* f(α).	*valores de* α.	*valores de* f(α).
43°	2,1079004	67°	7,6216633
44°	2,1993624	68°	8,2451083
45°	2,2955834	69°	8,9546782
46°	2,4108001	70°	9,7684948
47°	2,5040215	71°	10,7081518
48°	2,6172466	72°	11,8023208
49°	2,6973475	73°	12,9390269
50°	2,8647228	74°	14,6144569
51°	3,0003932	75°	16,4470891
52°	3,1451314	76°	18,6761436
53°	3,2999032	77°	21,4273215
54°	3,4658171	78°	24,8860023
55°	3,6441343	79°	29,302198
56°	3,8363005	80°	35,095864
57°	4,0439846	81°	42,902488
58°	4,2691204	82°	53,786402
59°	4,5139366	83°	69,622716
60°	4,7810595	84°	93,970390
61°	5,0735537	85°	134,276299
62°	5,3950356	86°	166,198671
63°	5,7498080	87°	369,064530
64°	6,1430020	88°	824,583595
65°	6,5807841	89°	3287,381347
66°	7,0695368		

Con estos datos calculé una curva para la granada rellena de plomo; y preparé las equaciones para las balas de todos los calibres, para una granada nuestra y para las bombas sin boquillas que nos arrojaron los franceses; y D. Agustin Lozano, alumno de la misma Academia, se brindó á calcularlas, así como D. Gregorio Galan á construirlas; pero habiendo hallado despues, que le habia dado un dato equivocado, me vi en la precision de volverlo á hacer todo de nuevo.

276 Aun se pueden simplificar algun tanto los cálculos; porque se pueden calcular de antemano los valores de $f(\beta)-f(\alpha)$, restando el valor de $f(\alpha)$ del de $f(\beta)$ quando α sea positivo ó sea ascendente la rama, y sumando el valor de $f(\alpha)$ con el de $f(\beta)$ quando α sea negativa ó la rama sea descendente, á cuyos resultados los llamaremos $F(\alpha)$; de manera que se tendrá

$$S=\frac{1}{A}\log.[1+Ah\times\cos.\beta^2\times F(\alpha)].$$

Ahora, el factor $Ah\times\cos.\beta^2$ es constante para toda la curva, por lo qual se podrá calcular de antemano y su logaritmo; y tambien convendrá tener calculado el Log. de $F(\alpha)$; y por lo mismo pondremos aqui los espresados logaritmos, porque nos servirán para todas las curvas que tratamos de calcular ó que se calculen en lo sucesivo, suponiendo siempre que el ángulo β del tiro de elevacion sea de 40 grados.

Tabla en que se contienen los valores de Log. F(α) calculados de 4 en 4 grados.

valores de α.	*valores de Logaritmo* F(α).	*valores de α.*	*valores de Logaritmo* F(α).
36°	9,4562882	—28°	0,4727374
32°	9,7254339	—32°	0,5031292
28°	9,8731401	—36°	0,5353715
24°	9,9727684	—40°	0,5701411
20°	0,0471084	—44°	0,6082737
16°	0,1061993	—48°	0,6508441
12°	0,1553322	—52°	0,6992662
8°	0,1976321	—56°	0,7554618
4°	0,2351021	—60°	0,8221249
0°	0,2691112	—64°	0,9031596
— 4°	0,3006493	—68°	1,0044668
— 8°	0,3304714	—72°	1,1354698
—12°	0,3591848	—76°	1,3124825
—16°	0,3873070	—80°	1,5676632
—20°	0,4153052	—84°	1,9814955
—24°	0,4436286	—88°	2,9172118

Y como

$$\text{Log.}Ah\cos.\beta^2F(\alpha)=\text{Log.}Ah\times\cos.\beta^2+\text{Log.}F(\alpha),$$

en vez de Ah cos. β^2 F(α) podremos poner Número cuyo logaritmo es

$$[\,\text{Log.}Ah\cos.\beta^2+\text{Log.}F(\alpha)\,],$$

por lo que tendremos lo que se ve en (G).

Dirijámonos ahora á determinar el Log. de $Ah\times\cos.\mathcal{E}^2$ que es constante; y tendremos que en nuestro supuesto de que el ángulo de proyeccion sea de 40°, se tendrá por último resultado haciendo la operacion por logaritmos

$$\text{Log.}\,Ah\times\cos.\mathcal{E}^2=0{,}6909361.$$

Ahora tambien debemos observar que el logaritmo que afecta á todo lo que hay dentro del paréntesis, es tambien el logaritmo neperiano; y por lo mismo, si señalamos con Log. los logaritmos tabulares, en vez de $\frac{1}{A}$ log. podremos poner lo que se ve en (H).

Cuya espresion nos suministra la siguiente regla práctica para hallar el arco de curva S: *véase en la tablita anterior el Logaritmo de* F(α) *que corresponde á* α; *con él súmese el Logaritmo constante* 0,6909361; *véase á qué número corresponde esta suma de Logaritmos; añádasele una unidad á dicho número, y búsquese su Logaritmo; despues hállese el Logaritmo de este Logaritmo que acabamos de encontrar, y súmese con el Logaritmo constante* 4,1042451; *y el resultado espresará el Logaritmo de la longitud del arco S, que buscando á qué número corresponde, se tendrá el valor de S espresado en pies.*

277 Construida la curva se obtiene con facilidad su amplitud, ó lo que es lo mismo, su alcance horizontal y su mácsima altura por medio

de la escala; ó si se calculan las Δz, Δx, se tendrá la mácsima altura sumando todos los valores de Δz hasta llegar á aquel en que $\alpha=0$; y la amplitud sumando los valores de Δx hasta llegar á aquel en que la suma de todos los valores de Δz, bajando, sea igual á la suma de todos los valores de Δz subiendo. Pero como aun hay mas circunstancias que determinar en una de estas curvas, y es la velocidad que tiene el proyectil en un punto qualquiera, el tiempo que tarda en llegar á un punto determinado y el ángulo de caida, manifestaremos las fórmulas que conducen á su determinacion.

Para determinar la velocidad en un punto qualquiera, basta determinar el valor de la altura debida á la velocidad; y si la llamamos h' se llega á obtener esta equacion

$$h'=\frac{h\times\cos.\,\beta^2\times\sec.\alpha^2}{1+Ah\times\cos.\beta^2[\mathrm{f}(\beta)-\mathrm{f}(\alpha)]};$$

en cuyo segundo miembro todo es constante, escepto α, que varía para cada punto.

Y si llamamos V' á la velocidad que tiene en un punto qualquiera, resulta

$$V'=\frac{\cos.\beta}{\cos.\alpha}\times\sqrt{\frac{2gh}{1+Ah\times\cos.\beta^2\,[\mathrm{f}(\beta)-\mathrm{f}(\alpha)]}};$$

donde vemos que en el segundo miembro todo es constante, escepto α que varía segun el punto que se considere; luego la velocidad de un punto qualquiera se puede teterminar con toda

ecsactitud; esta fórmula es susceptible de mucha simplificacion por Logaritmos, pues se tiene

$$\text{Log.}V'=\text{Log.cos.}\beta+\tfrac{1}{2}\text{Log.}2gh-\text{Log.cos.}\alpha-\ldots$$

$$\tfrac{1}{2}\text{Log.}\left(1+Ah\times\cos.\beta^2[\text{f}(\beta)-\text{f}(\alpha)]\right);$$

y como los dos primeros términos son constantes, sumando sus valores desde luego, resulta 3,1400265, y se tendrá

$$\text{Log. }V'=3{,}1400265-\text{Log. cos. }\alpha-\ldots\ldots$$

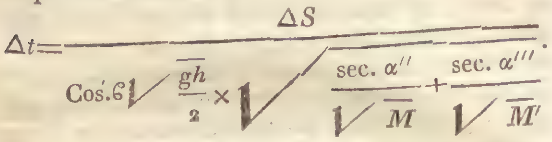
$$\tfrac{1}{2}\text{Log.}\left(1+Ah\times\cos.\beta^2[\text{f}(\beta)-\text{f}(\alpha)]\right);$$

la qual nos dice que para hallar la velocidad, no hay que hacer mas que restar del Logaritmo constante 3,1400265, la suma de los Logaritmos de cos. α y la mitad del de

$$1+Ah\times\cos.\ \beta^2[\text{f}(\beta)-\text{f}(\alpha)].$$

278 No sucede lo mismo con el tiempo, es decir, que no se puede hallar con toda ecsactitud el tiempo que ha gastado el proyectil en llegar á un parage determinado, porque las condiciones conducen á una equacion que no se puede integrar. Para hallarlo por aprocsimacion, se procede del mismo modo que para calcular las Δz, Δx; es decir que se calcula separadamente el tiempo Δt en que se anda una porcion de arco; si se espresa con α'' el ángulo que forma la tangente de la curva con la horizontal en el principio del arco, y con α''' el que forma al fin del espresado arco, se obtiene lo que se ve en (I).

Aunque este valor aparece tan complicado, no obstante, los cálculos hechos para construir la curva, nos pueden servir para esto sin mucha complicacion; en efecto, el numerador es igual á ΔS, el qual se conoce restando el valor de S del de su inmediato siguiente. Tambien nos resultan calculados los valores $1+Ah\cos.\beta^2\,[f(\beta)-f(\alpha)'']$; y llamando M á este valor, y M' al que corresponde á α''', se obtiene



$$\Delta t=\frac{\Delta S}{\cos.\beta\sqrt{\frac{gh}{2}}\times\sqrt{\frac{\sec.\,\alpha''}{\sqrt{M}}+\frac{\sec.\,\alpha'''}{\sqrt{M'}}}}.$$

Luego todo está reducido á calcular primero el valor de $\frac{\sec.\,\alpha''}{\sqrt{(M)}}$ de 4 en 4 grados para todos los valores desde 40° hasta el ángulo negativo con que cae; lo qual se consigue por medio de las tablas trigonométricas apuntando el complemento del Logaritmo coseno (*) restando de él la mitad del Logaritmo de M, viendo á que número corresponde este valor; despues se suman dos valores consecutivos, y se toma la mitad de su logaritmo, el qual se suma con el Logaritmo constante de $\cos.\beta\sqrt{\frac{gh}{2}}$; esta suma se resta

---

(*) *Porque no hallándose en las tablas los*

del Logaritmo de ΔS, y se halla á que número corresponde, y se tendrán los segundos de tiempo que gasta el proyectil en correr el arco espresado; y sumando despues todos estos valores, se obtiene el tiempo total.

Pero si al tiempo que calculamos cada arco de curva, calculamos la velocidad, se obtiene el tiempo con mucha facilidad; pues dividiendo cada porcion de arco por la velocidad con que se corre, se tiene el tiempo que en ello se emplea; y si se quiere hacer con mas ecsactitud, se toma un medio proporcional aritmético entre las velocidades del principio de dicho arco y del fin, y se divide la porcion de arco por dicho medio proporcional.

El ángulo de caida se conoce por el cálculo en cada punto de la curva, pues es el ángulo α que nos ha servido de dato principal para su construccion.

279 Aun antes de calcular nuestra curva, nos dice el cálculo la forma que debe tener, y que la rama descendente debe ser mas curva que la rama ascendente, lo qual proviene de que la primera se describe con un movimiento mucho

---

Logaritmos de las secantes, siendo $sec. = \frac{1}{cos.}$ *el Logaritmo de la secante es igual al negativo del coseno, ó á su complemento Logarítmico para evitar el signo negativo.*

mas rápido que la segunda. En efecto, si se determina el radio de curvatura, se halla ser

$$R=\frac{2h\cos.\beta^2\left(1+\frac{dz^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{1+Ah\cos.\beta^2\,[f(\beta)-f(\alpha)]}.$$

Pero en la rama descendente, $-f(\alpha)$ se hace positiva; y por consiguiente, el radio de curvatura para la rama descendente es

$$R=\frac{2h\cos.\beta^2\left(1+\frac{dz^2}{dx^2}\right)^{\frac{3}{2}}}{1+Ah\cos.\beta^2\,[f(\beta)+f(\alpha)]};$$

cuyo denominador, siendo mayor que el de la espresion anterior, hará que toda la fraccion sea menor; luego el radio de curvatura para la rama descendente es menor que para la ascendente; y como la curvatura está en razon inversa de los radios de curvatura (*), resulta que será mayor donde el radio sea menor; y como este es menor en la rama descendente, tenemos manifestado que esta es mas curva que la ascendente.

280 Para averiguar el punto de mayor curvatura, se determina por la teoría de los *mácsimos* y *mínimos* el punto en que el radio de curvatura es un mácsimo, y se halla ser prócsimamente en el punto en que

---

(*) § 25 *de mi memoria sobre la curvatura de las líneas.*

$$\text{tang.}\alpha = -\frac{Ah \times \cos.\beta^2}{3[1 + Ah \times \cos.\beta^2 f(\beta)]};$$

cuya equacion da para el valor del ángulo α en la granada rellena de plomo $-9°9'40''$.

281 La menor velocidad tampoco se halla en el vértice ó punto mas alto; porque siendo horizontal la direccion en aquellos primeros instantes que llegó al vértice, la gravedad no le añade lo suficiente para vencer la resistencia del medio que se le opone; pero como esta resistencia disminuye al mismo tiempo que la velocidad, y una parte de la gravedad se emplea en acelerar el movimiento del proyectil, resulta que como la gravedad va aumentando sucesivamente, habrá un instante en que dichas fuerzas sean iguales, y en cuyo caso se tendrá el *mínimo* de la velocidad. Para determinar el punto en que el proyectil tiene la *mínima* velocidad, se determina por el método de *mácsimos* y *mínimos* averiguando quando es un *mínimo* la espresion de h' (§222), cuya resolucion no he emprendido porque ecsigia un penosísimo trabajo inútil para mi objeto, porque al calcular las velocidades en todos los puntos, nos resulta el punto en que se verifica la menor.

282 Pasado el punto donde el proyectil tiene la mínima velocidad, su movimiento será acelerado, pero de un modo poco rápido; porque la velocidad jamas puede pasar un cierto límite que se encuentra haciendo tang.α infinita

al estremo de la curva; entónces se convierte en $\frac{\infty}{\infty}$, ó $\frac{0}{0}$ la espresion de h, pero se determina su valor por los métodos conocidos (Véase mi Tratado Elem. de Mat. tom. II § 573), y se halla que el límite de la mayor velocidad es

$$V=\sqrt{\frac{2g}{A}},$$

lo que nos quiere decir, que el cuerpo al paso que baja se aprocsima mas y mas á adquirir esta velocidad, la que no llegará á tener sino á una distancia infinita del vértice. Esto es suponiendo que la densidad del ayre no varíe; pero atendiendo á que á medida que se suponga que baja el proyectil por debajo de la horizontal, debe aumentar la densidad, se halla que al fin de cierto tiempo vuelve á hacerse retardado el movimiento del proyectil, y aun llegaria el caso de que su movimiento fuese cero.

283 Esta curva tiene dos asíntotas: una la rama ascendente y otra la descendente; de las quales la que nos importa mas conocer es la de la rama descendente. Para determinarla se transporta el orígen de las coordenadas al punto de la rama descendente en que la tangente forma un ángulo casi recto con el horizonte; y nosotros le supondremos que sea en el punto en que dicho ángulo es de 89° que es casi recto; llamando $6'$ á este ángulo, h' á la altura debida á la velo-

cidad en aquel punto, x á la distancia que hay desde el punto á que corresponde la perpendicular tirada al ege desde dicho punto, hasta el punto por donde debe pasar la asíntota que es vertical, se halla ser como se ve en (K).

284 Determinadas sus principales circunstancias, pasemos ya á calcularla. Pero aun nos falta manifestar, que á fin de que nuestros cálculos resulten con la mayor ecsactitud posible, hemos contado con lo que debe disminuir la resistencia que sufre el proyectil segun las diversas alturas á que se halla, á causa de la diminucion de densidad del ayre; para lo qual he tenido muchas dificultades que vencer, mayormente quando no he tenido á la vista los últimos trabajos de Gay-Lussac, de Mr. Ramond, ni del Baron de Humbolt; pero al fin, en virtud de la ley de Mariotte, y de otros términos medios que he tomado de los juiciosos esperimentos que se hallan en el tercer tomo *de las investigaciones sobre las modificaciones de la atmósfera de De Luc*, de que deduce en la pág. 142, que por cada grado de calor de diferencia entre las alturas de las estaciones se debe rebajar $\frac{1}{215}$ de la altura calculada sin atender á los efectos del calor, y por un método semejante al que emplea Laplace en el 4º tomo de su Mecánica celeste para determinar las refracciones, he hallado la cantidad que se debe quitar al Logaritmo constante 0,6909361 de la espresion $Ah \cos.\mathcal{C}^2$ del Log. S (§ 276), y que se debe añadir al

4,1042451 tambien constante de la misma espresion; y he obtenido casi los mismos resultados que se espresan en la tabla del § 224, siendo la diferencia tan corta que se pueden considerar como ecsactos, sin recelo ninguno de error sensible; por lo qual nos valdremos de ella en nuestras investigaciones.

Debemos advertir que quando el proyectil al bajar se halla ya debajo de la horizontal, ó quando la altura es negativa, se debe añadir la cantidad de la tabla al Log. 0,6909361, y quitársela al 4,1042451.

285 Entendido esto pasemos á calcular la curva; para lo qual volveremos á tomar la equacion (§ 276) que se ve en (L).
y practicando aquella regla, se tendrá que para hallar el arco comprendido hasta que el ángulo α se haya convertido en 36°, tendremos por la tabla Log. F(36°)=9,4562882,
al qual añadiéndole el logaritmo constante 0,6909361, se obtiene despues de borrada la decena del complemento 0,1472243, cuyo Logaritmo corresponde al número 1,40354; al qual añadiéndole una unidad se tiene 2,40354, cuyo Logaritmo es 0,3808513 (λ); y como el Logaritmo de este Logaritmo es 9,5807554, sumando con él el Logaritmo constante 4,1042451, resulta, despues de borrada la decena de la característica á causa del complemento, 3,6850005; cuyo Logaritmo corresponde al número 4841,73; y quiere decir, que esta es la longitud del arco

de curva comprendido desde el orígen hasta que ha disminuido el ángulo de la direccion de la tangente con el horizonte 4 grados, ó lo que es lo mismo el ángulo de dicha tangente ha llegado á ser solo 36°, de 40° que era al principio; luego este es el valor de Ab (figª 73).

Ahora, considerado este arco como línea recta, de la que no se diferencia mucho, para hallar bm, no hay mas que sumar con el Log. de Ab el del seno del ángulo bAm; y para mayor ecsactitud, se tomará no el seno de 40°, sino el de $\frac{40+36}{2}=\frac{76}{2}=38^\circ$.

Luego si con el Log. de Ab, que es 3,6850005
se suma el Log. sen. $38^\circ=9,7893420$,
se sacará despues de borrada la decena del complemento 3,4743425,
cuyo Logaritmo corresponde al número 2980,87,
que es el valor de Δz ó mb.

Y si con el mismo Logaritmo 3,6850005
se suma el Log. cos. $38^\circ=9,8965321$,
resulta borrando la decena del complemento
3,5815326,
que corresponde al número 3815,33,
que es el valor de Δx ó Am.

Para hallar la velocidad que tiene la granada en el punto b sumaremos el Logaritmo de cos. 36° que es 9,9079576 con la mitad de la espresion (λ) que es el Logaritmo de

$$\left(1 + Ah\cos.\beta^2 \left[f(\beta) - f(\alpha) \right] \right),$$

y su suma 0,0983833 la restaremos del Logaritmo constante 3,1400265,
y se obtiene por resta 3,0416432,
cuyo Logaritmo corresponde al número 1100,63, que es la velocidad que tiene la granada en el punto *b*; lo qual comprueba que solo en los primeros instantes ecsiste una velocidad mayor que 1550 pies.

Para hallar el tiempo que ha tardado la granada en ir desde A hasta *b*, sumaremos la velocidad primitiva en A que es 1800 con 1100,6, y su suma la dividiremos por 2, con lo qual se obtienen 1450,3 pies por velocidad media, con que sin error se puede suponer corrido todo el arco A*b* uniformemente; y dividiendo la longitud del arco A*b*=4841,7 por esta velocidad, resultan 3,338 segundos, que es el tiempo empleado en correr el espresado arco A*b*.

286 Para continuar ahora encontrando el arco siguiente *bc*, necesitamos recurrir á la tabla (§ 225); y teniendo èn consideracion lo espuesto (§ 284), y practicando el cálculo como acabamos de manifestar, llegaremos á tener los valores que se ven en la tabla (*) del pliego de cálculos.

Con los quales está construida la (figª 76), suponiendo que cada unidad de la escala vale

siete pies y medio españoles, ó dos varas y media.

El punto de mayor curvatura se halla, en virtud de lo espuesto (§ 280), en el punto P que corresponde á un valor de $\alpha = -9^\circ 9'$ y $40''$, y el de menor velocidad se obtiene por el cálculo ácia el punto en que la tangente forma con el horizonte un ángulo de -24°, esto es, en Q. Creciendo este ángulo, crece esta velocidad; pero luego que ha llegado al arco de -89°, y que la granada se halla á mas de 20000 pies debajo de la horizontal, suponiendo que la tierra no le sirviese de obstáculo, vuelve á disminuir la velocidad, que se halla en la tabla ser 601, quando en el punto correspondiente á -88° era de -613 pies.

Por último, calculando la distancia á que debemos tirar la asíntota vertical, se halla en virtud de lo dicho ser á la de 59 pies del punto que corresponde al valor de $\alpha = -89^\circ$; y por consiguiente la asíntota vertical está representada por la LK.

287 Para manifestar lo que influye la resistencia del ayre, he calculado por la fórmula [(m)§ 258] la parábola que corresponde á estos mismos datos; y construida segun los valores que he hallado, resulta la rama de parábola EFH, que iria á encontrar á la AR á una distancia de A diez veces mayor que AG, y su alcance, suponiendo que el movimiento hubiera sido en el vacío, resultaba de 90958 pies ó

30318 varas; quando el que resulta de tomar con el compas la amplitud AR de la verdadera trayectoria, solo es de 17064 pies ó 5688 varas, que es mas de cinco veces menor que el resultado de la suposicion del vacío; esto comprueba que de ningun modo se puede considerar el movimiento verdadero de los proyectiles, como aprocsimado al parabólico, puesto que no se puede considerar como un valor aprocsimado de 30318 varas el de 5688 varas.

El alcance regular que tenian las granadas arrajodas por los franceses en las baterías de la cabezuela y del ángulo, es en efecto de estas 5688 varas, pues la mayor parte caian ácia la plaza de S. Juan de Dios y la casa Aduana, donde se hallaba la Regencia; y todos estos parages estan comprehendidos por el arco *tx* (figª del plano), que es el que comprende toda la parte que se hallaba bajo el alcance segun el cálculo que acabamos de hacer.

Hay otra circunstancia que favorecia el mayor alcance de las arrojadas por los franceses; y es el movimiento diurno de la tierra; en efecto, la tierra da una vuelta al rededor de su ege de occidente á oriente en 24 horas; y luego que el proyectil toma en el ayre la velocidad que le comunica la pólvora inflamada, no camina ya sino en virtud de esta fuerza, y por consiguiente debe caer mas al oeste una cantidad espresada por lo que haya andado la tierra mientras el proyectil se halla en el ayre; y como los fran-

ceses arrojaban sus bombas de oriente á poniente, resulta que se aumentaba su alcance tanto mas quanto mas andubiese la tierra; así es, que en los 39″,87 que permanecian sus granadas en el ayre, andaba la tierra cerca de 6 varas; de suerte, que arrojadas las mismas granadas en la direccion de poniente á oriente, hubieran alcanzado esta cantidad menos; arrojadas en la direccion del meridiano, hubieran padecido un desvío ácia el oeste, espresado por esta misma cantidad; y tirando en direccion intermedia, se obtendrian todos aquellos desvíos que Robins y otros autores han atribuido al movimiento de torsion. Sobre cuyo punto no tengo reparo en anunciar mi modo singular de pensar y decir, que todos los desvíos é irregularidades que han notado los autores de artillería en sus pruebas, se deben atribuir al movimiento de la tierra y de la atmósfera, mas bien que al movimiento de rotacion y torsion, cuya ecsistencia se ha tratado de probar con esperimentos; y que las pruebas que se hagan sobre este punto nunca serán decisivas sino se toma en consideracion la situacion de la pieza con relacion al meridiano, y se apunta el verdadero estado de la atmósfera por medio de todos los instrumentos meteorológicos, pues el alcance varía mucho con relacion á esta circunstancia; así es, que en tiempo lluvioso se quedaban muy cortas, y en aquellos dias de levante fuerte y que se hallaba la atmósfera despejada, alcanzaron con esceso, como

sucedió en la que cayó en la pared de la iglesia de S. Antonio en la madrugada del dia 18 de agosto de 1812, cuyo alcance fue de 6320 varas, á causa de estar bien despejada la atmósfera y soplar un viento levante bastante fuerte; de manera que los dias de fuerte levante se hallaban bajo el alcance de las granadas todos los parages comprendidos por el arco TX (figª del plano), que era la mayor parte de la poblacion.

Para que se manifieste á los sentidos qual es el aumento de alcance que resulta de haber aumentado el peso específico de la granada rellena de plomo, calcularemos la curva que trazaria una granada nuestra con las mismas circunstancias; esto es, con la misma velocidad inicial de 1800 pies españoles por segundo, y arrojada por un ángulo de elevacion de 40°.

En esta se obtiene la equacion que se ve en (M).

La qual da los resultados que se ven en la tabla (**) del pliego de cálculos.

288 Aunque el coeficiente A, correspondiente á la bomba sin boquillas, sea menor que el de la granada rellena de pólvora, la espresion de S manifiesta que á igualdad de circunstancias alcanzará mas aquella en que A sea menor; la esperiencia demostró que dichas bombas alcanzaban menos que las granadas; lo que prueba que á estas no se les puede comunicar tanta velocidad inicial como á aquellas; lo qual no era dificil de preveer por la comparacion de las piezas con que las arrojaban.

289 Habiendo manifestado ya las principales circunstancias del movimiento de los proyectiles, solo me falta advertir que esta teoría no se halla tratada con toda aquella ecsactitud matemática que yo desearia, pues falta atender á que la direccion de la gravedad no obra en líneas paralelas, sino por líneas convergentes ácia el centro de la tierra. El atender á esta circunstancia complica considerabilísimamente los cálculos; pero no por eso es imposible; yo concibo con toda claridad el modo de plantear la cuestion, y tengo principiados los cálculos para ello; pero al ver su complicacion, no me he determinado á emprenderlo, porque ignoro si el público y el Gobierno apreciarian este trabajo tanto como merecen los inmensos sacrificios que ecsigia por mi parte. En efecto, las dificultades que hay que vencer son considerables; pero el espíritu humano tiene medios para superarlas si pone en egercicio todas sus facultades; y por lo que hace á la cuestion que nos ocupa, debo confesar que las ciencias ecsactas se hallan hoy en un punto de adelantamiento tal, que es muy posible perfeccionar esta teoría; y que solo falta, en mi entender, para conseguirlo, el que los Gobiernos protejan convenientemente á los que se propongan vencer las dificultades que se les presenten.

FIN.

INDICE

DE LAS MATERIAS CONTENIDAS EN ESTA OBRA.

Estática.

LISTA DE LAS OBRAS DEL AUTOR.

Tratado elemental de Matemáticas, 4 volúmenes en 4º, á saber:

Tomo I. parte I. Aritmética y Álgebra.	30 rs.
Tomo I. parte II. Geometría, Trigonometría y Geometría práctica.	30
Tomo II. parte I. Trigonometría Esférica, Aplicacion del Álgebra á la Geometría, Secciones Cónicas y Teoría general de las equaciones.	30
Tomo II. parte II. Funciones, Series, y los cálculos Diferencial é Integral. .	30
Aritmética de niños para uso de las escuelas del Reyno, &c.	4
Memoria sobre la Curvatura de las líneas &c.	14
Tabla sinóptica del arte militar.	6
Compendio de Mecánica práctica para uso de los niños, artistas y artesanos, &c.	14
Plano de la bahía de Cádiz &c., con el aumento de las posiciones de los egércitos, baterías, campamentos &c.&c. iluminado.	6

Se hallarán en Madrid en las librerías de Castillo, Sojo, Gomez y Orea: en Cádiz en las de Castillo, Pajares y Hortal · en Valencia en la de Gil: en Sevilla en las de Aragon y Compañía y en la de Berard; y en Barcelona en la de Dorca.

Pliego de càlculos.

(A) $$r=18336^{metros}(1+0{,}002845\times\cos.2\psi)\left(1+\frac{2(t+t')}{1000}\right)\times\left(\left(\frac{1+r}{a}\right)\times\log.\frac{(h)}{h}+\frac{r}{a}\times 0{,}868589\right)$$

(B) $$X=18334(1+0{,}002837\times\cos.2\psi)\left[\left(1+\frac{2r}{a}\right)\left(1+\frac{2(T+t)}{1000}\right)\left(1+\frac{X}{a}\right)\times\left(\log.\frac{H}{h}+2\log.\left(1+\frac{X}{a}\right)\right)\right]$$

(C) $$X=18393^{metros}(1+0{,}002837\times\cos.2\psi)\left(1+\frac{2(T+t)}{1000}\right)\log.\frac{H}{h}$$

(D) $$\Delta x=\cos.\frac{\alpha+\alpha'}{2}\times\frac{1}{A}\log.\left(1+Ah\times\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\alpha)\,]\right)$$
y
$$\Delta z=\text{sen}.\frac{\alpha+\alpha'}{2}\times\frac{1}{A}\log.\left(1+Ah\times\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\alpha)\,]\right)$$

(E) $$Am=\Delta x=\cos.(\beta-2^\circ)Ab=\cos.(\beta-2^\circ)\times\frac{1}{A}\log.\left(1+Ah\times\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\beta-4^\circ)\,]\right)$$
$$bm=\Delta z=\text{sen}.(\beta-2^\circ)Ab=\text{sen}.(\beta-2^\circ)\times\frac{1}{A}\log.\left(1+Ah\times\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\beta-4^\circ)\,]\right)$$
y suponiendo ahora que $dco=\beta-8^\circ$, se tendrá:
$$bc=Ac-Ab=\frac{1}{A}\log.\left(1+Ah\times\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\beta-8^\circ)\,]\right)-\frac{1}{A}\log.\left(1+Ah\times\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\beta-4^\circ)\,]\right)$$

(F) $$bc=\frac{1}{A}\log.\frac{1+Ah\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\beta-8^\circ)\,]}{1+Ah\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\beta-4^\circ)\,]},$$
con lo qual, y siendo aqui $\frac{\alpha+\alpha'}{2}=\frac{\beta-4+\beta-8}{2}=\frac{2\beta-12}{2}=\beta-6^\circ$
se tendrá
$$bn=\Delta x=bc\times\cos.(\beta-6^\circ)=\frac{\cos.(\beta-6^\circ)}{A}\times\log.\frac{1+Ah\times\cos.\beta^2\,[f(\beta)-f(\beta-8^\circ)]}{1+Ah\times\cos.\beta^2\,[f(\beta)-f(\beta-4^\circ)]}$$
$$cn=\Delta z=bc\times\text{sen}.(\beta-6^\circ)=\frac{\text{sen}.(\beta-6^\circ)}{A}\times\log.\frac{1+Ah\cos.\beta^2\,[f(\beta)-f(\beta-8^\circ)]}{1+Ah\cos.\beta^2\,[f(\beta)-f(\beta-4^\circ)]}$$

(G) $$S=\frac{1}{A}\log.\left(1+\text{N.º cuyo Log. es}\,[\,\text{Log.}Ah\cos.\beta^2+\text{Log.F}(\alpha)\,]\right)$$

(H) $$\frac{1}{A}\times 2{,}30\&c\,\text{Log.}=\frac{2{,}30\&c}{0{,}000181122}\text{Log.}=12712{,}9\,\text{Log.}$$
Luego tendremos
$$S=12712{,}9\times\text{Log.}\left(1+\text{N.º cuyo Log. es}\,[0{,}690361+\text{Log.F}(\alpha)\,]\right)$$
Y haciendo la operacion por Logaritmos, será
$$\text{Log.}S=\text{Log.}12712{,}9+\text{Log.Log.}\left(1+\text{N.º cuyo Log. es}\,[0{,}6909361+\text{Log. F}(\alpha)]\right)=\ldots\ldots$$
$$4{,}1042451+\text{Log.Log.}\left(1+\text{N.º cuyo Log. es}\,[0{,}6909361+\text{Log. F}(\alpha)\,]\right)$$

(I) $$\Delta t=\frac{\frac{1}{A}\log.\frac{1+Ah\cos.\beta^2[\,f(\beta)-f(\alpha''')\,]}{1+Ah\cos.\beta^2[\,f(\beta)-f(\alpha'')\,]}}{\cos.\beta\sqrt{\frac{gh}{2}}\sqrt{\frac{1}{\cos.\alpha'''\sqrt{\left(1+Ah\cos.\beta^2\,[\,f(\beta)-f(\alpha'')]\right)}}+\frac{1}{\cos.\alpha'''\sqrt{\left(1+Ah\cos.\beta^2[f(\beta)-f(\alpha''')]\right)}}}}$$

(J) $$x=\frac{2}{A\sqrt{\frac{\frac{1}{A}-h'\text{sen}.\beta'^2}{h'\cos.\beta'^2}}}\left[\text{arco de }90^\circ-\text{arco}\left(\text{tang.}=\frac{\text{tang. }\beta'}{\sqrt{\frac{\frac{1}{A}-h'\text{sen}.\beta'^2}{h'\cos.\beta'^2}}}\right)\right]$$

(L) $$\text{Log.}S=4{,}1042451+\text{Log.Log.}\left(1+\text{N.º cuyo Log. es}\,[\,0{,}6909361+\text{Log.F}(\alpha)\,]\right)$$

(M) $$\text{Log.}S=4{,}0142206+\text{Log.Log.}\left(1+\text{N.º cuyo Log. es}\,[\,0{,}7799606+\text{Log.F}(\alpha)\,]\right)$$

(*)

Resultados que deben servir de datos para construir la trayectoria que traza la granada rellena de plomo con 1800 pies españoles por segundo de velocidad inicial, siendo el ángulo de elevacion de 40°, y contando con la resistencia que ofrece el ayre segun la altura á que se halla.

α	Δx	Δz	S	v	ΔS	t
36	3815	2981	4842	1101	4842	3,″338
32	1883	1270	7114	860	2272	2, 318
28	1253	723	8561	728	1447	1, 823
24	946	461	9614	643	1053	1, 536
20	737	298	10408	582	794	1, 297
16	645	210	11087	538	678	1, 348
12	544	136	11648	503	561	1, 077
8	476	84	12131	476	483	0, 985
4	430	45	12564	455	433	0, 929
0	402	14	12966	439	403	0, 900
— 4	369	— 13	13336	425	369	0, 855
— 8	351	— 37	13689	416	353	0, 839
—12	336	— 59	14030	408	341	0, 829
—16	326	— 81	14367	403	336	0, 829
—20	320	— 104	14703	400	337	0, 837
—24	301	— 121	15027	399	324	0, 808
—28	317	— 154	15380	400	353	0, 883
—32	304	— 176	15750	403	352	0, 889
—36	327	— 220	16144	408	394	0, 971
—40	333	— 260	16567	420	423	1, 021
—44	343	— 308	17028	424	461	1, 076
—48	363	— 379	17554	435	527	1, 227
—52	368	— 439	18127	447	573	1, 284
—56	403	— 554	18812	463	685	1, 472
—60	442	— 707	19647	480	834	1, 770
—64	475	— 893	20658	500	1011	2, 064
—68	525	— 1197	21939	521	1281	2, 507
—72	578	— 1435	23466	544	1527	2, 866
—76	627	— 2176	25740	563	2274	4, 519
—80	630	— 2964	28770	589	3030	5, 265
—84	670	— 4909	33725	606	4954	8, 284
—88	760	—10862	44613	613	10889	17, 874
—89	148	— 5667	50282	601	5669	9, 336

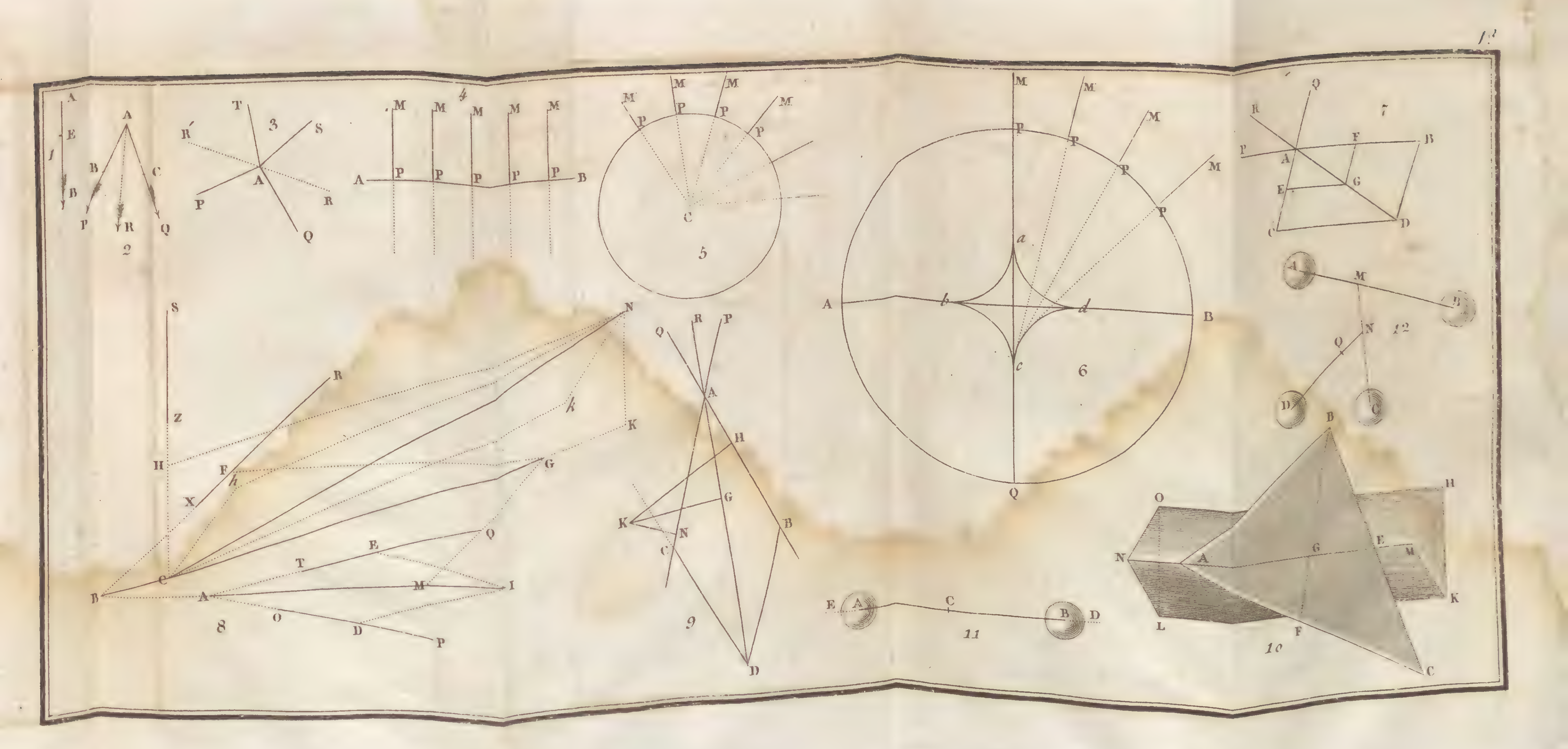
En esta tabla representa α el ángulo que forma la tangente de la curva con el ege de las abscisas ó el horizonte; Δx los valores de la línea horizontal ó de la diferencia de la abscisa, ó lado horizontal de los triángulos, en pies; Δz los valores de la vertical en pies; S la longitud total del arco de trayectoria hasta aquel punto; v la velocidad de la granada en cada uno de estos puntos; ΔS la diferencia del arco ó espacio andado en la variacion de 4 grados de la tangente; t el tiempo que gasta la granada en andar cada uno de estos arcos.

(**)

Valores de α.	*Longitud total del arco en pies.*	*Valores de Δx en pies.*	*Valores de Δz en pies.*	*Valores de ΔS en pies.*	*Tiempo en que se anda ΔS en segund.*	*Velocidad al estremo del arco total en pies.*
36	4495	3542	2767	4495	7,174	1033
32	6470	1637	1104	1975	2,159	796
28	7699	1065	615	1230	1,678	669
24	8578	789	385	878	1,135	589
20	9254	627	253	671	1,125	532
16	9798	517	168	544	1,064	490
12	10262	451	112	464	0,974	458
8	10642	374	66	380	0,847	433
4	11001	357	38	359	0,847	414
0	11347	346	12	346	0,852	398
— 4	11652	304	— 11	305	0,778	386
— 8	11942	288	— 30	290	0,761	377
—12	12222	276	— 49	280	0,744	370
—16	12498	277	— 67	276	0,744	364
—20	12772	261	— 85	274	0,754	362
—24	13052	260	— 105	280	0,774	361
—28	13339	258	— 126	287	0,793	362
—32	13627	249	— 144	288	0,792	365
—36	13948	266	— 179	321	0,886	369
—40	14294	273	— 213	346	0,931	375
—44	14673	282	— 254	379	1,001	383
—48	15101	297	— 308	428	1,104	392
—52	15585	311	— 371	484	1,213	404
—56	16116	312	— 430	531	1,293	417
—60	16790	357	— 572	674	1,586	433
—64	17589	375	— 705	799	1,801	450
—68	18593	408	— 917	1004	2,184	469
—72	19882	441	—1211	1289	2,689	489
—76	21618	479	—1669	1736	3,475	510
—80	24098	516	—2426	2480	4,770	530
—84	28157	565	—4019	4059	7,558	544
—88	37207	631	—9028	9050	16,524	551
—89	42161	197	—4952	4954	9,034	545

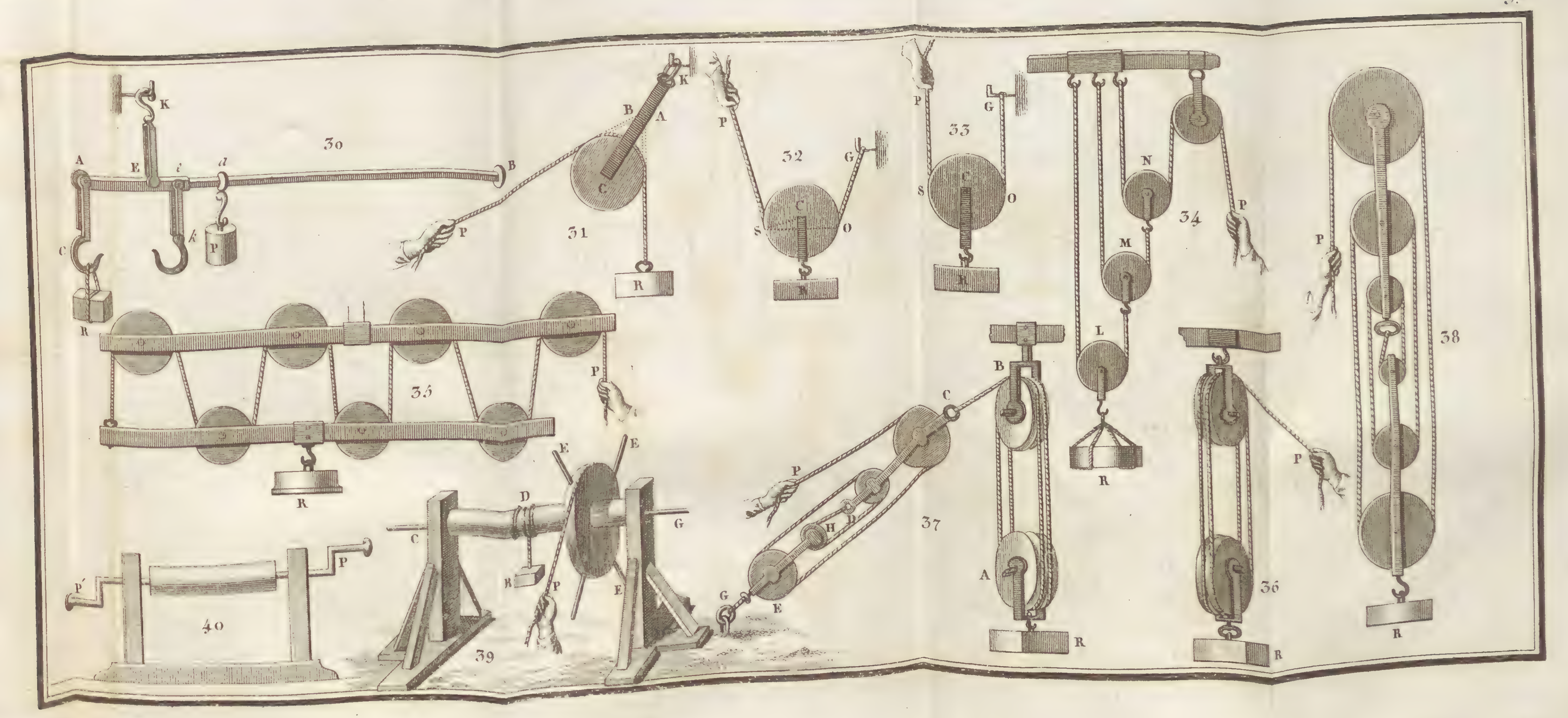
El punto de menor velocidad se halla á —8°, 44′, 30″.
La asíntota debe pasar á unos 51 pies de la abscisa de —89°.

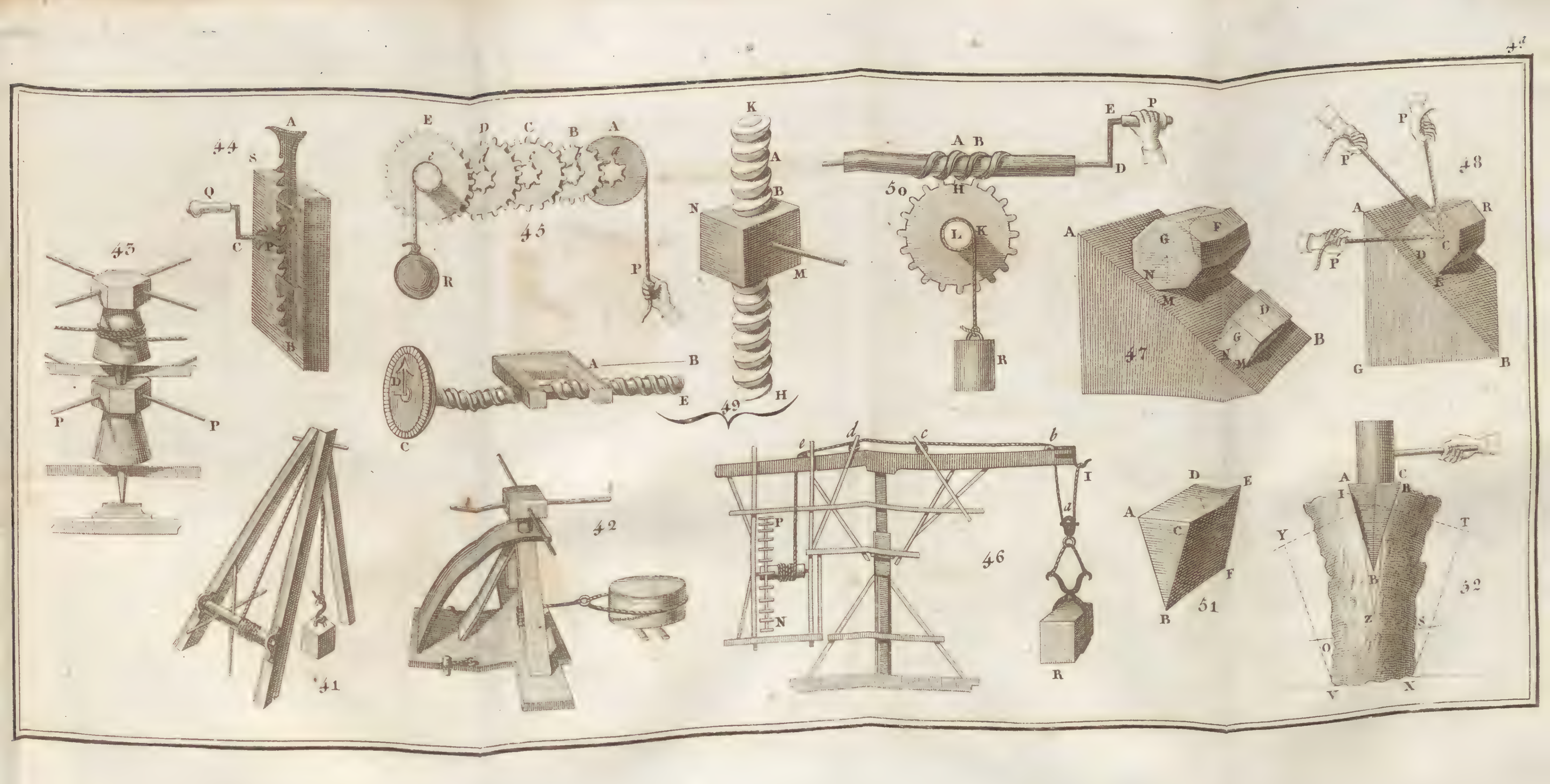


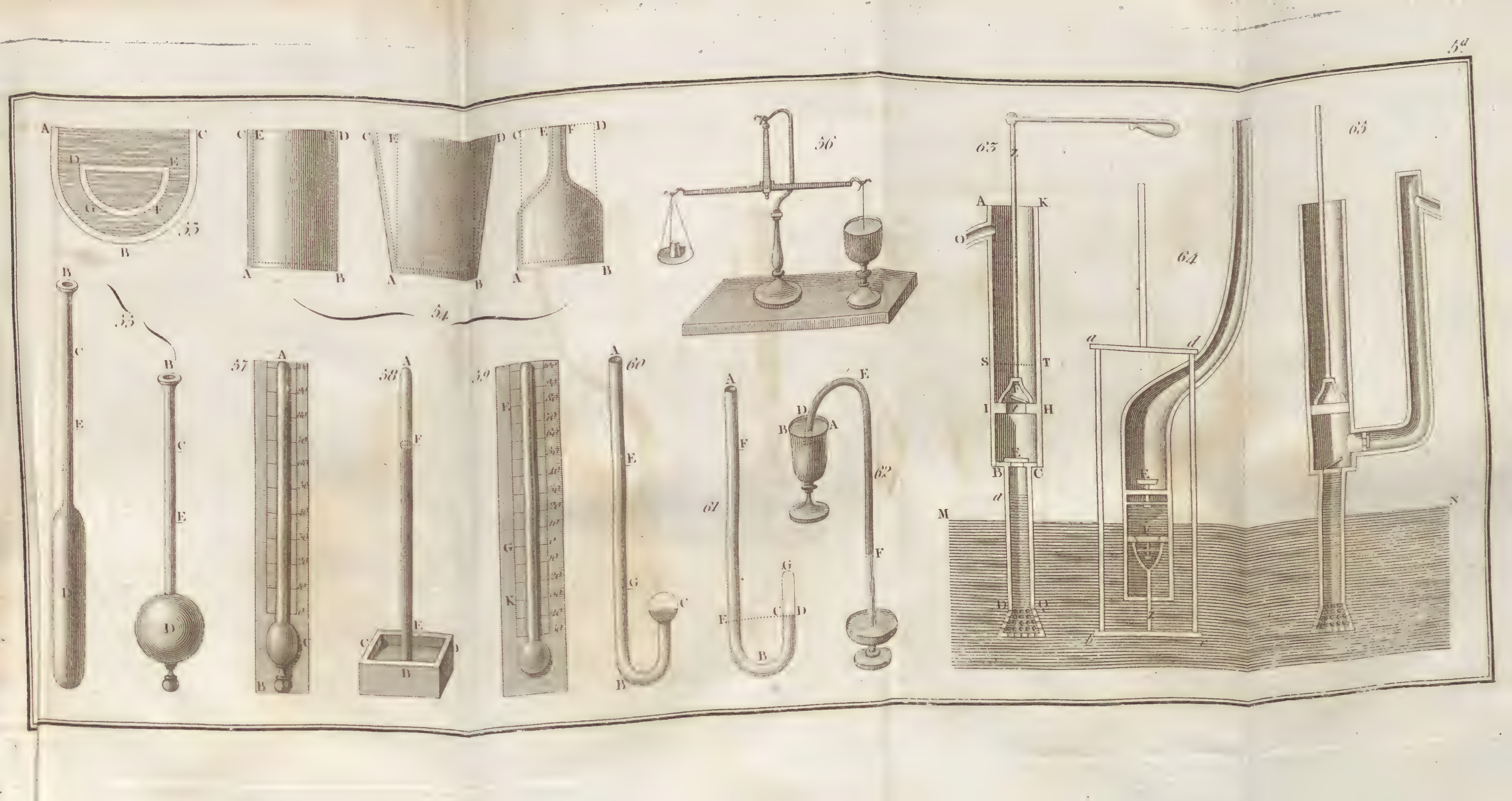


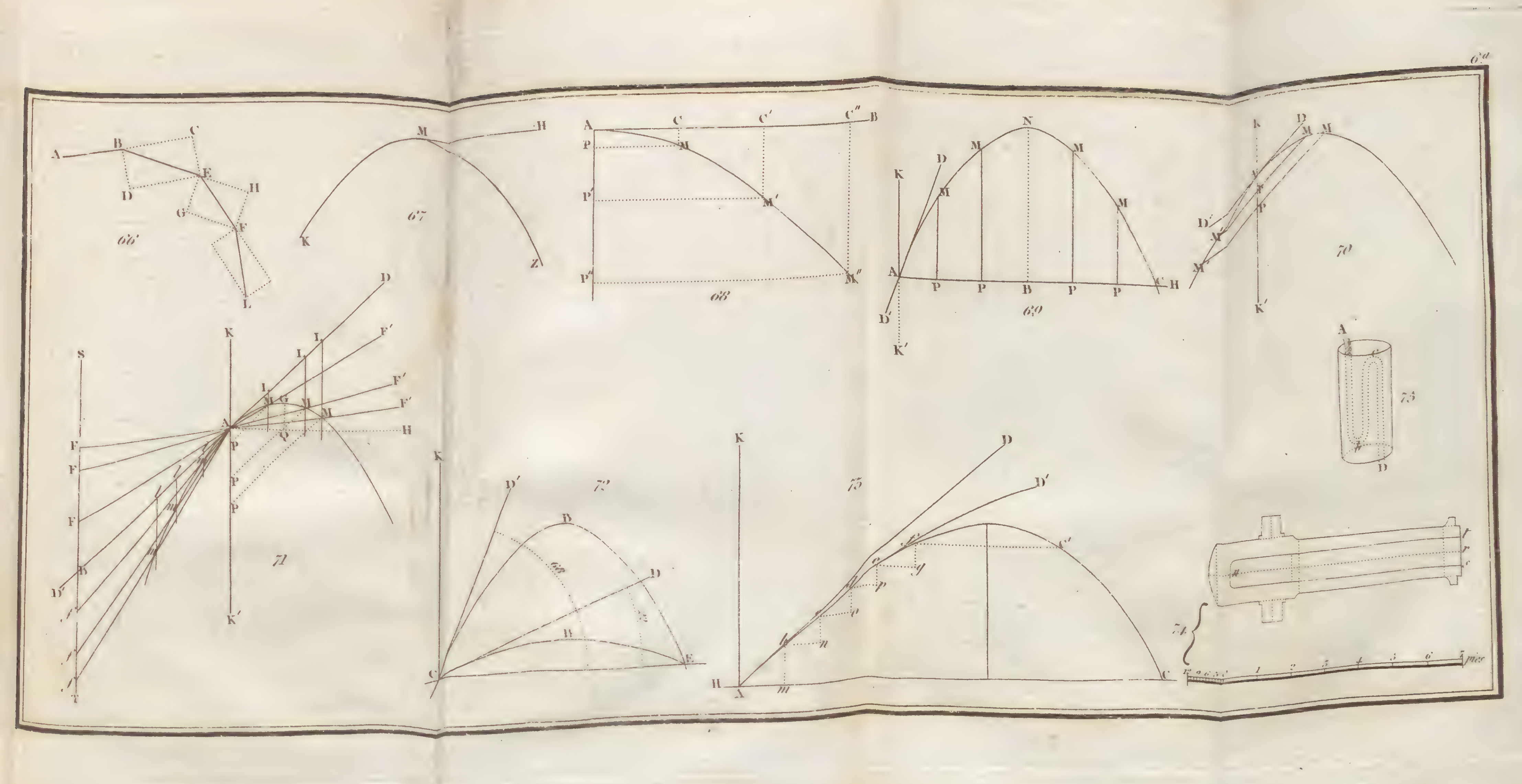
1 A E B
2 A B C P R Q
3 T S R' A P R Q
4 M M M M M A P P P P P B
5 M M M M P P P P C
6 M M M M P P P P a A b d B c Q
7 Q R P A F B E G C D
8 S Z H F h X R N k K G B C A T E Q M I O D P
9 Q R P A H G K N C B D
10 O H N A G E M L F K B C
11 E A C B D
12 A M B N Q D C



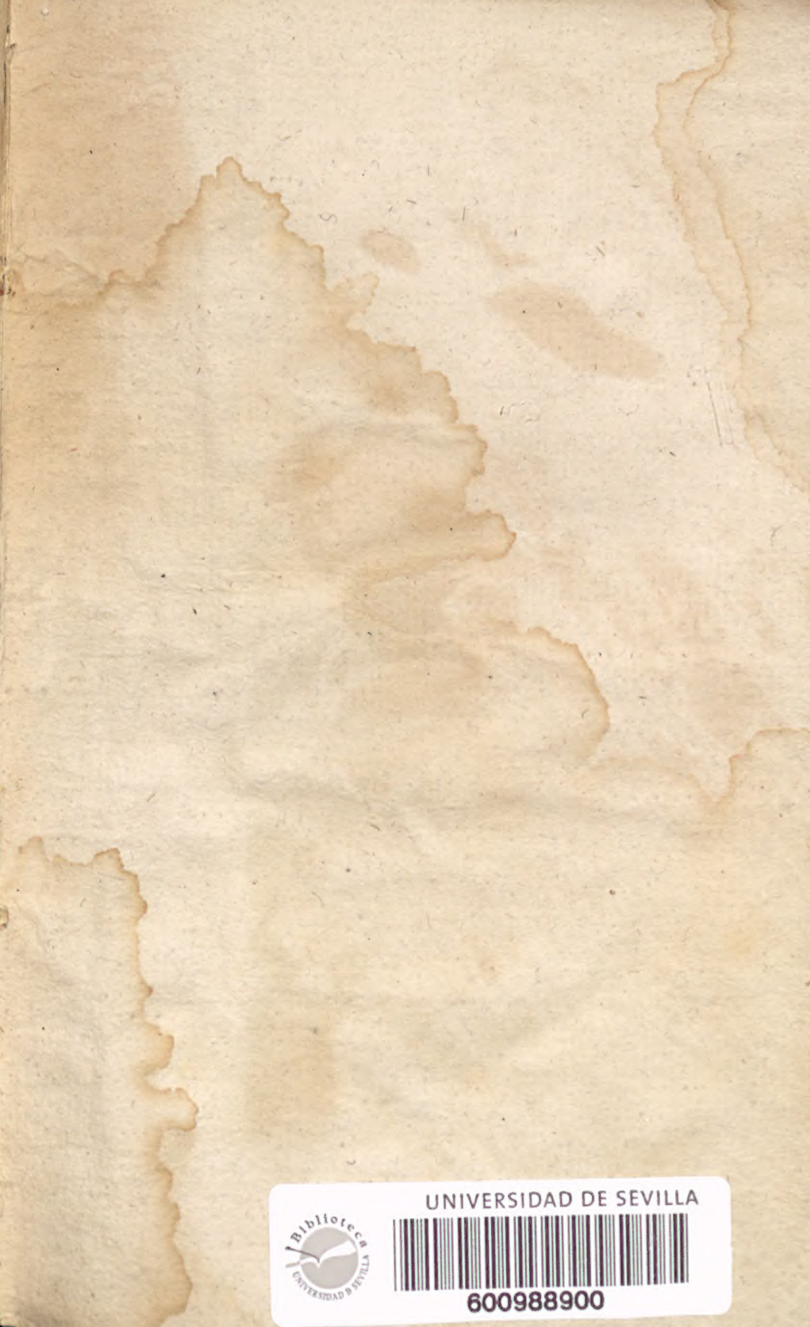

30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
K
A
E
i
a
B
C
k
P
R
N
M
L
G
S
O
D
H
E
P´

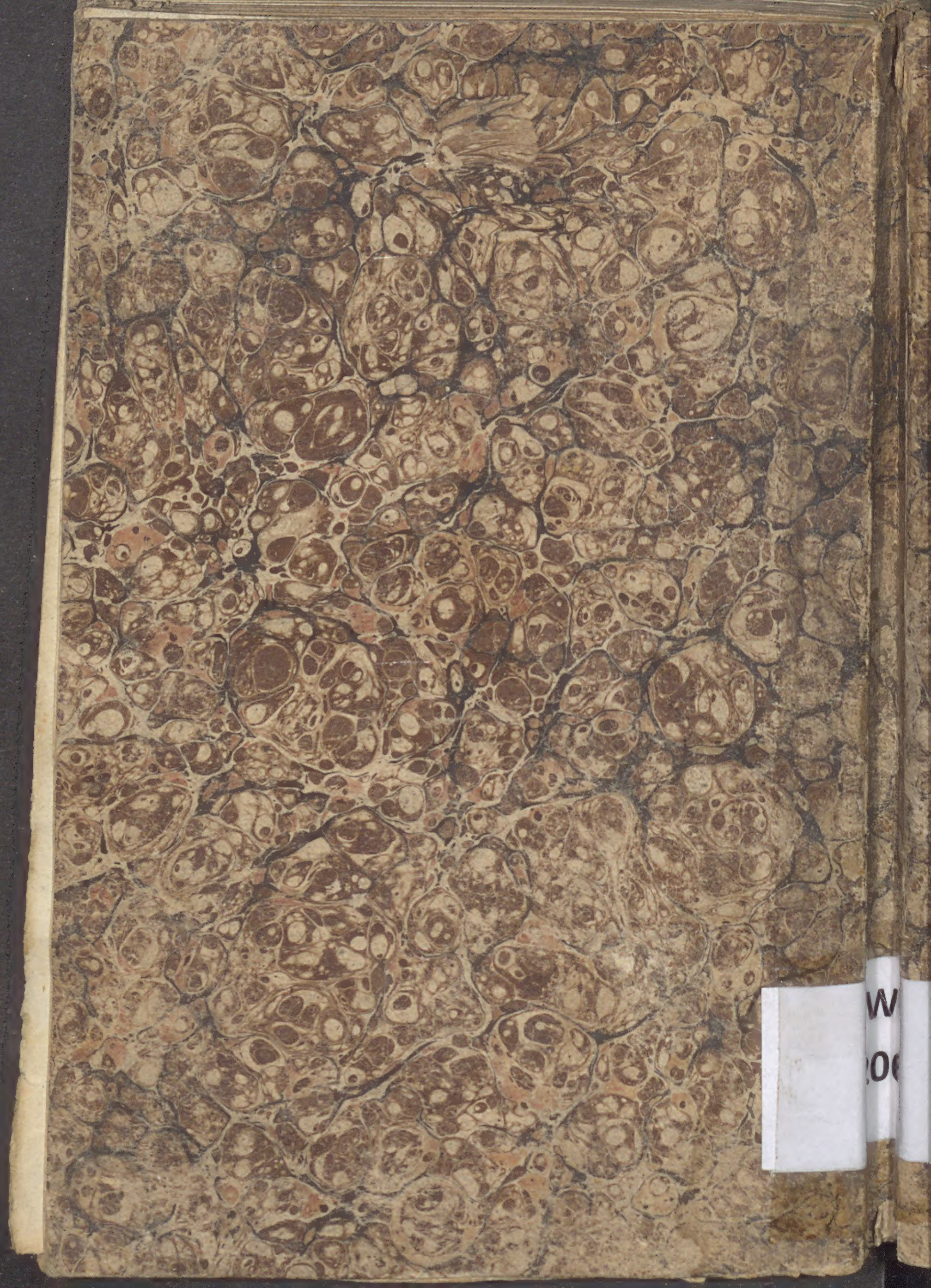

44
43
45
49
50
48
47
42
41
46
51
52




6.a
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75


PLANO DE LA BAHÍA
DE CÁDIZ
y sus contornos; reducido de los que levantó
Don Vicente Tofiño.
Con el aumento de las posiciones de los Exércitos durante el sitio que sufrió dicha Plaza en los años de 1810, 1811, y 1812, y construccion de la curva que trazaban las granadas arrojadas por los franceses, contando con la resist.ª del ayre á dif.s alturas.
Por Don José Mariano Vallejo.
NOTAS.
1 Expresan las baterias francesas: 2 sus campamentos: 3. sus avanzadas. La linea interrumpida ...... indica la separacion del terreno dominado por los franceses y el ocupado por el Exército aliado compuesto de Españoles, Ingleses y Portugueses: todas las obras que estan entre esta linea y el mar correspondian á dicho Exército aliado.
Para el Plano cada parte de la escala vale treinta pies españoles ó diez varas, y para la curva solo siete pies y medio.
Pto. de Sta. María
Puerto Real
Castillo de Sta. Catalina
Rota
Batería de la Gallina
Río Salado
La Puntilla
Cádiz
Cart.l de Puntales
Río Arillo
Castillo de Sancti Petri
Escala general
Fig. 7.ª
La curva AMNPQRS. es la verdadera Trayectoria que trazaban las granadas rellenas de plomo que arrojaban los franceses; su amplitud AR. era de 5688 varas, que es el alcance ordinario y comprendia toda la parte de Cádiz que está dentro del arco tx; pero quando hacia levante alcanzaban mas, habiendo sido el máxîmo el de 6320. varas, que obtuvieron en la madrugada del 18 de Agosto que llegó una hasta el arco TX: su máxîma altura NB, era de 2044 varas. LK es la asíntota de la rama descendente; y el tiempo que empleaban en caer era 40 segundos. La Amnpqrs, es la que trazaria una granada ordinaria arrojada con las mismas condiciones; cuyo alcance Ar solo es de 4986. varas, esto es, 702 varas menos que las arrojadas por los franceses.
La AFH. es una parte de la parabola que trazaria qualquiera de estas granadas si no hubiera ayre, cuya base AG. es solo la décima parte del alcance que tendria; lo que demuestra que de ningun modo se puede considerar el movimiento efectivo de los proyectiles como una aproxîmacion del parabólico.






colorchecker CLASSIC
calibrite
mm